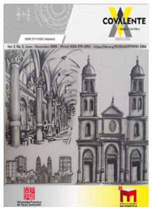
Covalente, Vol 2, No (2), Julio-Diciembre 2020, pp. 6-8, ISSN: 2711-015X



Covalente

Original Article https://doi.org/10.22463/2711015X.3447

Aplicación del triángulo de pascal para hallar las tangentes de (x) ángulos

Application of pascal's triangle to find the tangents of (x) angles

Marta Macho-Stadler[1]

[1] *Estudiante de Ingeniería Ambiental, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia*

Cómo citar: Macho-Stadler, M. (2020). "Aplicación del triángulo de pascal para hallar las tangentes de (x) ángulos"., *Covalente*, 2 (2), 6-8

Recibido: febrero 18 de 2020 - Aprobado: Marzo 9 de 2020.

RESUMEN

El triángulo de Pascal es una representación de los coeficientes binomiales dispuestos en forma de triángulo. Lleva el nombre del filósofo y matemático francés Blaise Pascal, quien introdujo la notación en 1654, en su tratado sobre aritmética y trigonometría. Como resultado, puede resolver sistemas complejos de ecuaciones de forma sencilla; Asimismo, fomentar la aplicación de fuentes y técnicas matemáticas para la resolución de nuevos problemas derivados de las mismas. En este manuscrito, se propone como método para encontrar las tangentes de un ángulo propuesto.

Palabras clave:
Tangente,
Trigonometría,
Matemáticas

ABSTRACT

Pascal's triangle is a representation of binomial coefficients arranged in the form of a triangle. It is named after the French philosopher and mathematician Blaise Pascal, who introduced the notation in 1654, in his treatise on arithmetic and trigonometry. As a result, it can solve complex systems of equations in a simple way; it also encourages the application of mathematical sources and techniques to solve new problems derived from them. In this manuscript, it is proposed as a method to find the tangents of a proposed angle.

Key words:
Tangent,
Trigonometry,
Mathematics

***Corresponding author.**
E-mail address:

Introducción

El triángulo de pascal creado por el filósofo y matemático Blaise Pascal, era la representación de los coeficientes binomiales organizados de forma triangular, pascal desarrolló muchos métodos de aplicación y fue el primero en organizar la información de manera conjunta, además se logró descubrir que a través de este triángulo podemos solucionar problemas donde nosotros necesitemos la tangente (x) Ángulo, facilitando el método de aplicación y de desarrollo (Zapata et al., 2015). Identificar métodos y ecuaciones diferentes que lleven a una solución en común (Bedoya y Polania, 2017). Con lo cual, resolver sistemas de ecuaciones complejos de manera sencilla; así mismo, incentivar la aplicación de recursos y técnicas de conocimientos matemáticos para resolver nuevos problemas derivadas de las mismas.

Metodología

Muchas de las investigaciones concluyeron que, con ayuda del triángulo de pascal, se puede hallar la relación estos ángulos (TanX) para su resolución (Arteaga et al., 2015), pero no es cien por ciento perfecta, ya que al momento de usar ángulos grandes encontramos dificultades como:

1. El triángulo de pascal es demasiado grande y extenso para aplicación de ángulos grandes

2. Al momento de usar ángulos mayores de 90º, sus tangentes son diferentes respecto a la de la fórmula general.

Fórmula general para hallar las tangentes

$$\operatorname{sen}(n\theta) = \sum_{r=0}^{2r+1\leq n} (-1)^r \binom{n}{2r+1} \cos^{n-2r-1}(\theta)\operatorname{sen}^{2r+1}(\theta).$$

$$\cos(n\theta) = \sum_{r=0}^{2r\leq n} (-1)^r \binom{n}{2r} \cos^{n-2r}(\theta)\operatorname{sen}^{2r}(\theta).$$

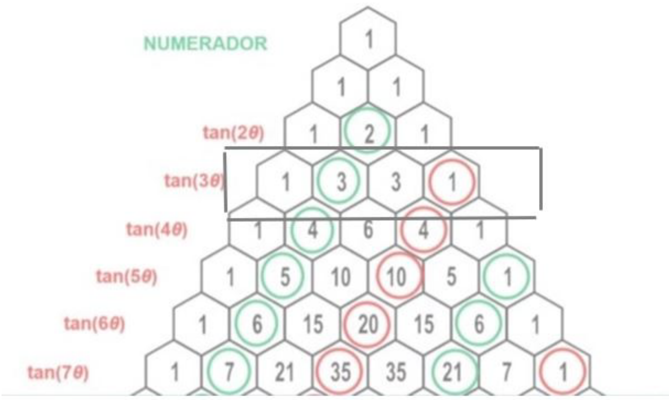
$$\tan(n\theta) = \frac{\sum_{r=0}^{2r+1\leq n} (-1)^r \binom{n}{2r+1} \tan^{2r+1}(\theta)}{\sum_{r=0}^{2r\leq n} (-1)^r \binom{n}{2r} \tan^{2r}(\theta)}.$$

Se aprecia que la fórmula cuenta con el seno y coseno, porque toman las mismas reglas de las razones trigonométricas (la tangente es seno/coseno) por tanto, para realizar el cálculo se debe hallar el seno y coseno de los ángulos que precise el ejercicio. De aquí, marcha la investigación que al momento de ser ejecutada, la fórmula se hace muy compleja para algunas personas, además de ser complicada de entender o de recordar.

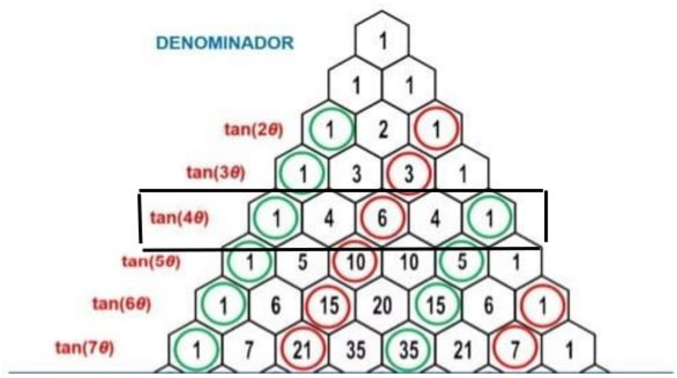
It can be seen that the formula has the sine and cosine, because they take the same rules of the trigonometric ratios (the tangent is sine / cosine), therefore, to perform the calculation, the sine and cosine of the angles required by the exercise must be found. Hence, the investigation that at the time of being executed, the formula becomes very complex for some people, in addition to being complicated to understand or remember.

Usos del triángulo de pascal para los casos de tangente
Cabe resaltar que el triángulo de pascal no solo sirve para hallar tangentes, sin embargo, unos de los objetivos de la investigación es simplificar la resolución de estos ejercicios, es decir, identificar de qué manera se puede llegar a la misma respuesta de una manera limpia y sencilla (Torroba et al., 2017). Siendo así, la implicación de la fórmula ya presentada, no es obligatoria para hallar otras razones trigonométricas como Cos o Sen, pues, en consecuencia, se convierte compleja la ecuación y también, la resolución de esta. Se ubica en la fila 4 del triángulo de Pascal. Para obtener los coeficientes del numerador, comenzamos por el segundo dígito de la fila (en este caso el número 3) e ir rescatando los números colocados en posición par. En la imagen se resalta de color

verde, el coeficiente que va acompañado de un signo positivo y en rojo, aquel que va con signo negativo en la fórmula. Entre más grande sea el ángulo, los signos siguen intercalando (positivo, negativo, positivó y negativo) como si se tratase de una multiplicación de signos.



Ahora se necesita precisar los numero para el denominador, para ello se realiza el mismo ejercicio, pero guiándose por la siguiente imagen.



Para obtener los coeficientes del denominador, Se comienza por el primer dígito 1 de la fila y se rescatan los números que ocupan los lugares impares en esa fila. En la imagen se rodea en verde los números que van acompañados de un signo positivo y de rojo, aquellos que van con signo negativo en la fórmula, aplicando el mismo sistema de signos el primero positivo, negativo, positivó y negativo.

Resultado

A través de este proceso se demuestra que es más sencillo y rápido hallar la tangente a diferencia de la fórmula general, ya que, el triángulo de Pascal expone todos los datos necesarios para la resolución del mismo.

Conclusión

El triángulo nos facilita hallar algunos ángulos, sin la necesidad de complicarnos o de confundirnos ya que, como matemáticos, nosotros debemos hallar la forma de solucionar problema rápido y de forma sencilla, llegando a una respuesta exacta y concisa, implementando saberes previos y acordes al ejercicio, también siendo un método útil para la enseñanza y resolución de problemas particulares.

Referencias

Arteaga, P. M. D. L. C. (2015). Funciones trigonométricas para ángulos especiales. *Con-Ciencia Boletín Científico de la Escuela Preparatoria No. 3*, 2(4).

Bedoya Tique, J., & Polania Peña, A. X. (2017). *De la semejanza de triángulos a las Funciones trigonométricas* (Doctoral dissertation, UNIVERSIDAD SURCOLOMBIANA).

Expansion of sin(nθ) and cos(nθ), Brilliant. Frank C. Fung, An Approach to Mathematic Functions Basics (Section XLIII – Tangent Additions and the Pascal Triangle)

Torroba, P. L., Trípoli, M. D. L. M., Devece, E., & Aquilano, L. (2017). Funciones trigonométricas y el movimiento armónico simple. In *I Congreso Latinoamericano de Ingeniería (CLADI) (Paraná, 13 al 15 de septiembre de 2017)*.

Zapata, J. H. A., Rojas, Á. M. J., & Martínez, W. A. Á. (2015). Implicaciones pedagógicas de un software de geometría dinámica en la percepción geométrica de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente. *Praxis, 11*(1), 30-46.