

Identificación de procesos matemáticos en la comprensión del concepto de razón en estudiantes universitarios

Identification of mathematical processes in the understanding of the concept of reason in university students

Identificação de processos matemáticos na compreensão do conceito de razão em estudantes universitários

Cristian Camilo Fúneme-Mateus^{a*}, Cesar Augusto Hernández-Suárez^b

^aMaestría en Educación Matemática, Universidad Pedagógica y Tecnología de Colombia. Tunja, Colombia.
Orcid: 0000-0002-9158-427X

^bMaestría en Educación Matemática, Universidad Francisco de Paula Santander. Cúcuta, Colombia.
Orcid: 0000-0002-7974-5560

Forma de citar: Fúneme, C., Hernández, C. (2017). Identificación de procesos matemáticos en la comprensión del concepto de razón en estudiantes universitarios. *Eco matemático* 8(1). 6-14

Recibido: marzo 16 de 2016

Aceptado: junio 05 de 2016

Palabras clave

Razón matemática, procesos matemáticos, aprendizaje en el nivel universitario, Enfoque Ontosemiótico (EOS)

Keywords

mathematical reason, mathematical processes, university-level learning, Ontosemiotic Approach (EOS)

Resumen: En este artículo se describe y analiza el desarrollo de una experiencia de clase de un curso de cálculo diferencial de primer semestre universitario en la que se abordan distintos conceptos sobre funciones con énfasis en el concepto matemático de razón desde su aplicación para la resolución de problemas cotidianos. La investigación es de naturaleza cualitativa y se basa en el análisis de los argumentos (verbales o gráficos) dados por los estudiantes en un foro de discusión *on line* y durante el desarrollo de la clase. Los datos, provienen de grabaciones del episodio de clase y de la interacción en el foro por parte de los estudiantes. Para el análisis se aplicó la técnica de codificación teórica, específicamente a la codificación abierta, en la que se identifican los principales conceptos y sus propiedades contenidos en los datos. Los resultados evidencian algunas dificultades a las que se enfrentan los alumnos en el estudio del cálculo diferencial en relación con concepto de razón, que se considera básico para la comprensión de otras nociones más complejas, como por ejemplo los límites. Las respuestas dadas en la actividad denotan que más allá del manejo algorítmico de las fracciones y de la conversión entre diferentes registros semióticos, como el porcentual o el decimal, no existe una conciencia suficientemente sólida sobre la naturaleza y aplicabilidad de estos cálculos.

Abstract: In this article we describe and analyze the development of a class experience of a course of differential calculus of the first semester of the university in which different concepts about functions are approached with emphasis on the mathematical concept of reason from its application for the resolution of everyday problems. The research is of a qualitative nature and is based on the analysis of the arguments (verbal or graphic) given by the students in an online discussion forum and during the development of the class. The data comes from recordings of the class episode and the interaction

* Autor para correspondencia cristian.funeme@uptc.edu.co

in the forum by the students. For the analysis, he applied the theoretical coding technique, specifically to open coding, in which the main concepts and their properties contained in the data are identified. The results show some difficulties that students face in the study of differential calculus in relation to the concept of reason, which is considered basic for the understanding of other more complex notions, such as limits. The answers given in the activity denote that beyond the algorithmic management of the fractions and the conversion between different semiotic registers, such as the percentage or the decimal, there is not a sufficiently solid awareness about the nature and applicability of these calculations.

Palavras-chave

Razão matemática, processos matemáticos, aprendizagem em nível universitário, Abordagem Ontosemiótica (EOS).

Resumo: Neste artigo descrevemos e analisamos o desenvolvimento de uma experiência de classe de um curso de cálculo diferencial do primeiro semestre da universidade em que diferentes conceitos sobre funções são abordados com ênfase no conceito matemático da razão a partir de sua aplicação para a resolução de problemas cotidianos. A pesquisa é de natureza qualitativa e baseia-se na análise dos argumentos (verbais ou gráficos) dados pelos alunos sem um fórum de discussão online e durante o desenvolvimento da aula. Os dados são provenientes de gravações do episódio da aula e da interação no fórum pelos alunos. Para a análise, ele aplicou a técnica de codificação teórica, especificamente à codificação aberta, na qual os principais conceitos e suas propriedades contidas nos dados são identificados. Os resultados mostram algumas dificuldades que os estudantes enfrentam no estudo do cálculo diferencial em relação ao conceito de razão, que é considerado básico para a compreensão de outras noções mais complexas, como limites. As respostas dadas na atividade denotam que além do gerenciamento algorítmico das frações e da conversão entre diferentes registros semióticos, como o percentual ou o decimal, não há uma consciência suficientemente sólida sobre a natureza e a aplicabilidade desses cálculos.

Introducción

El desarrollo de la investigación en educación matemática ha traído consigo una serie de alternativas metodológicas y didácticas para enfrentar las diferentes problemáticas que surgen en su enseñanza y aprendizaje. Entre los recursos metodológicos sugeridos aparece recurrentemente la recomendación de implementar las Tecnologías de la Información y Comunicación (Tic) en las clases (Bedoya y Rico, 1998; Cortés y Guerrero, 2014; Davids, 1992; Greer, 1992; Linares y Sánchez, 1990; NCTM, 1992).

Sin embargo, el empleo de las Tic no resuelve automáticamente los problemas de aprendizaje y hasta puede derivar en complicaciones mayores si no se usan adecuadamente. En efecto, si bien los instrumentos son importantes, lo que realmente debe preocupar al docente es qué sucede durante el proceso de aprendizaje de los estudiantes

cuando están expuestos a dichos instrumentos; es decir, se ha de buscar cuál debe ser el uso de los instrumentos o herramientas para establecer una estrategia que permita al estudiante aprender, teniendo claras “las ventajas y desventajas para usar este instrumento, cualquier instrumento, con atención y capacidad crítica. Es necesario dominar el instrumento y no permitir que el instrumento nos domine” (D’Amore y Fandiño, 2015:26).

Por otra parte, como resultado del notable avance de la investigación en educación matemática, han surgido diferentes modelos de análisis didáctico, entre ellos el EOS. Este enfoque teórico ha sido elegido para el desarrollo de esta investigación debido a que sus instrumentos permiten alcanzar el objetivo de visualizar lo que sucede en las clases. Como explican Badillo, Figueiras, Font y Martínez (2013), este enfoque provee de herramientas que permiten estudiar la forma en que aparecen los

objetos matemáticos en el aula y caracterizar la práctica matemática en términos de prácticas, objetos y procesos matemáticos.

La práctica matemática, aspecto principal de análisis en esta investigación, es definida en el EOS como “toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas.” (Godino y Batanero, 1994:8).

En cuanto a la definición de objeto matemático, en el EOS se adopta como término primario y hace referencia a cualquier entidad que forma parte de la práctica matemática o que surge de ella, cuya característica principal es que puede ser tomada de manera independiente (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) (Badillo, Figueiras, Font y Martínez, 2013).

Dentro de la teoría del EOS no se hay especial interés por asumir una única definición de proceso, debido principalmente a la existencia de una amplia gama de clases de procesos (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2009). Sin embargo, el modelo se asume que una persona que realiza una práctica matemática desarrolla una serie de procesos relacionados con ella. Tales procesos hacen referencia a las diferentes habilidades, capacidades y conocimientos que adquiere un estudiante al aprender matemáticas.

Font y Contreras (2008) y Font, Godino y Contreras (2008) establecen una descripción de los 16 procesos considerados en el EOS. Algunos son de carácter dual: generalización-particularización, institucionalización-personalización, representación-significación, descomposición-reificación, idealización-materialización; y otros están asociados a los objetos matemáticos: comunicación, definición, enunciación, argumentación, algoritmización y problematización. Procesos como la resolución de problemas, la modelación o la comprensión son considerados desde este enfoque como mega-procesos.

En este constructo teórico ocupan un rol trascendental los cinco niveles de análisis didáctico, cada uno de los cuales cuenta con sus respectivas herramientas (Font, Planas y Godino, 2010; Pochulu y Font, 2011). Los cinco niveles aludidos son los siguientes:

1. Identificación de prácticas matemáticas.
2. Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos.
3. Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas.
4. Identificación del sistema de normas y meta-normas.
5. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción.

Los cuatro niveles iniciales sirven para realizar un análisis didáctico descriptivo que permite explicar lo que sucede en el salón de clase. En el primer nivel se realiza una observación y descripción prestando particular atención a la práctica matemática entendida como “secuencias de acciones sujetas a reglas matemáticas” (Badillo, Figueiras, Font y Martínez, 2013).

En el segundo nivel el interés se centra en los objetos y procesos matemáticos que forman parte de la práctica y que aparecen en ella (Font, Godino y Gallardo, 2013)

En cuanto al tercer nivel de análisis, se busca describir patrones de interacción, determinar configuraciones didácticas y describir su articulación (Font, Planas y Godino, 2010; Contreras, García y Font, 2012).

Lo anterior, da paso al cuarto nivel de análisis pues no se puede dar argumentación a la naturaleza de las configuraciones y trayectorias sin recurrir al sistema de normas y meta-normas que las soportan (Pochulu y Font, 2011).

En el quinto nivel, referido al análisis didáctico, se pasa de la descripción a la valoración de lo que sucede en aula de clase. Esta valoración se sustenta

en la información obtenida en los cuatro niveles iniciales para sintetizar, identificar y proponer mejoras en el proceso de instrucción a mejorar futuras implementaciones. En este proceso son fundamentales los criterios de idoneidad didáctica (Breda y Lima 2016).

Font (2015) expone estos criterios de evaluación: idoneidad epistémica, que busca valorar si se enseña una matemática es correcta; idoneidad cognitiva: para evaluar si lo que se quiere enseñar es razonable; idoneidad interaccional: mediante la cual se busca establecer si la interacción ha resuelto dudas y dificultades; idoneidad mediacional: útil para estimar si los recursos se adaptan al proceso de instrucción; idoneidad emocional: que permite apreciar la implicación de los alumnos y, finalmente, la idoneidad ecológica: a través de la cual se valora si lo propuesto se adecua al currículo del centro de formación.

Sobre la base de los planteamientos anteriores, se presenta en esta investigación el análisis de la idoneidad didáctica de una sesión de clase de un curso de cálculo diferencial mediado por las TIC, utilizando los criterios del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), y en particular, la visualización gráfica de la práctica matemática para la descripción y valoración del proceso de instrucción. Lo anterior tiene como objetivo identificar y analizar aspectos específicos que favorecen o perjudican el desarrollo de una clase de matemáticas en la cual las Tic juegan un papel central.

El análisis realizado se relaciona con los procesos matemáticos que se evidencian en las prácticas matemáticas de los estudiantes, para lo cual se propone un cuestionario que indaga sobre aspectos conceptuales, modelación y concepciones sobre objetos matemáticos. Ello permite evidenciar errores en las ideas de los alumnos y dificultades para la identificación de componentes discretos y continuos en la representación de funciones. Concretamente se hace énfasis en el concepto de razón matemática.

El análisis de los episodios contempla únicamente los dos primeros niveles de análisis didáctico del EOS y en este artículo se propone describir los resultados relacionados con la identificación de procesos matemáticos que desarrollaron los alumnos en las actividades de clase sobre funciones, haciendo énfasis en el concepto de razón matemática. Se analizan cuáles procesos y en qué momento se desarrollan, describiendo además posibles razones que dan espacio a los momentos de desacuerdo entre los estudiantes por los resultados obtenidos.

Materiales y métodos

Naturaleza del estudio

El estudio se realiza bajo una postura paradigmática de investigación cualitativa. La estrategia metodológica implementada se enmarca dentro del estudio de casos ya que se “investiga un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto real de existencia, cuando los límites entre el fenómeno y el contexto no son claramente evidentes y en los cuales existen múltiples fuentes de evidencia que pueden usarse” (Yin, 1985: 23). Específicamente se aborda un grupo de estudiantes del nivel universitario con el fin de indagar a través del uso de Tic en espacios de aprendizaje su nivel de apropiación conceptual del concepto de razón matemática.

Participantes

El tipo de muestreo adoptado fue intencional. Para la realización de esta investigación se trabaja con un grupo conformado por 25 estudiantes de carreras universitarias de Ingeniería y Administración de Empresas. El episodio de clase estudiado (grabado en video y audio) corresponde a una sesión de una hora y la temática abordada (el concepto de razón de cambio) corresponde al curso de cálculo diferencial del primer semestre de formación profesional en una universidad colombiana.

Recolección de la información

La actividad propuesta consiste en observar un

video que muestra la tasa de analfabetismo en algunas regiones de Colombia y con la información obtenida ingresar a un foro en el cual los alumnos resuelven el cuestionario que se presenta a continuación y que está basado en el trabajo desarrollado por Espinoza y Jiménez (2014) sobre la construcción socio epistemológica del concepto de razón. Los aspectos a evaluar (que constituyen los reactivos principales de la prueba) fueron los siguientes:

De acuerdo con el video sobre el analfabetismo en Colombia, resuelva:

1. Exprese la tasa de analfabetismo en las ciudades mencionadas como fracción.
2. Si hay un grupo de 800 personas en Ibagué, ¿cuántas de ellas son analfabetas?
3. Por cada 320 ibaguereños, ¿cuántos son analfabetas?
4. Por cada 80 ibaguereños, ¿cuántos son analfabetas?
5. Por cada 10 ibaguereños. ¿cuántos son analfabetas?
6. Completar con el valor mínimo posible: Por cada _____ ibaguereños, hay _____ analfabetas.
7. ¿Cuántas variables hay en el problema anterior?
8. Represente la función que relaciona estas variables.
9. ¿Qué es una razón entre dos cantidades?
10. ¿La actividad anterior corresponde a la razón de qué cantidades?
11. ¿En dónde aparece un cociente en la actividad anterior?
12. ¿Será que razón y forma de medirla son conceptos diferentes?

El profesor toma el índice de analfabetismo de Ibagué (2,5%) como punto de discusión y en el

foro los estudiantes deben aportar opiniones y observar las respuestas de sus compañeros para luego hacer un envío definitivo de sus respuestas.

Procedimientos de análisis

Las interacciones entre estudiantes y el docente constituyó la fuente principal de información. También se consideraron los argumentos gráficos, verbales y escritos dados por cada estudiante. La técnica utilizada para analizar este conjunto de datos fue la codificación teórica (Flick, 2007), específicamente, la codificación abierta, que consiste en descubrir los conceptos existentes en los datos a partir de sus propiedades y dimensiones.

Resultados y discusión

La actividad propuesta permitió identificar que ciertos procesos se desarrollaron en mayor medida en algunos momentos de la clase. A continuación se relacionan las preguntas con los procesos que evidenciaron los alumnos al intentar solucionarlas.

Durante el desarrollo de las primeras cinco preguntas (con un tiempo de contestación estimado en 15 minutos), los registros en el foro muestran que las respuestas se limitaron a valores numéricos y tímidamente se anotaron opiniones sobre los resultados. La grabación de la clase permitió observar que durante el tiempo de resolución del ejercicio se ponen en marcha los procesos de enunciación (los estudiantes empezaron a hacer uso de sus conocimientos sobre el manejo y propiedades de las fracciones), algoritmización (proceso que se evidenció con mayor fuerza en este lapso de la clase, durante la cual se formularon a los estudiantes preguntas relacionadas con la determinación de cantidades) y problematización (dado que en el foro no todas las respuestas son iguales, se cuestiona la validez o conveniencia de los procedimientos). También aparecen los procesos de generalización-particularización en los momentos en que se utilizan ejemplos específicos para establecer fórmulas.

En el desarrollo de la sexta pregunta (con un tiempo

de respuesta estimado en 10 minutos) la dinámica de opinión en el foro tomó más fuerza, ya que no hubo consenso sobre el valor mínimo que podría tomar la situación planteada. Algunos estudiantes consideraron la posibilidad de tener cero personas analfabetas si se tomaban grupos pequeños de la población; mientras que, para otros la cantidad mínima era una persona, argumentando que cero no era una cantidad a partir de la cual resultara válida la relación entre los datos propuestos (ver Tabla 1). Con esta dinámica de exposición de ideas y cuestionamiento, se pone en evidencia el desarrollo de los procesos de problematización, comunicación, argumentación y de idealización-materialización.

Tabla 1
Evidencias de respuesta en la que los estudiantes aluden al concepto del valor mínimo de una función

Item	Respuestas
Completar con el mínimo valor posible:	Tenemos que tomar como mínimo una persona. Si toman cero personas, entonces calculen ¿cuántas personas serían del grupo que toman de Ibagué?
6. Por cada ____ ibaguereños, hay ____ analfabetas.	Puede ser cero, pero debemos calcular con 1 y decir que desde esa cantidad da 1 y con menos personas da cero

Para las preguntas 7 y 8 (tiempo de respuesta estimado en 15 minutos), el grupo de clase se muestra de acuerdo en que las variables presentes son la población y la cantidad de analfabetas; sin embargo, la representación de la función generó marcadas diferencias, con lo cual la dinámica de debate vuelve a aparecer y con ella las diferentes concepciones de los participantes.

Para algunos estudiantes la representación podía ser de carácter continuo, considerando que, al tener por ejemplo 10 ibaguereños, la cantidad de analfabetas resultante está representada por un número decimal (ver figura 1). Para otros, estos valores decimales se debían aproximar (“no podemos tener 0,25 personas”) y por esto la gráfica debía ser una representación por escalones (ver figura 2). Esta discusión marca la dificultad por parte de algunos alumnos para considerar dominios o rangos discretos en una función.

Punto 8:

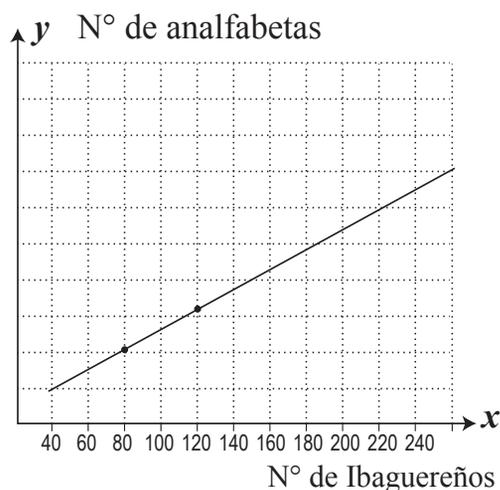


Figura 1
Representación continua de la función considerando a 1 persona como valor inicial en el rango.

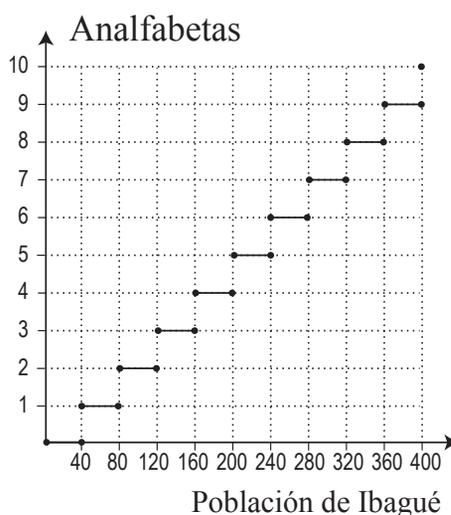


Figura 2
Representación escalonada de la función considerando a 0 personas como valor inicial en el rango

Llama la atención que los estudiantes consideran que el representar una función hace referencia exclusivamente a una gráfica, con lo cual manifiestan concepciones deficitarias sobre las formas de representación del objeto matemático función. En efecto, ninguno exploró una posible representación verbal, numérica o algebraica. En este intervalo de la clase aparecen los procesos de representación-significación, comunicación, argumentación, algoritmización y problematización.

En cuanto a las demás preguntas (10 minutos), los estudiantes plantearon ideas sin entrar a opinar sobre las respuestas de sus compañeros. Los procesos que aparecen acá son la comunicación, definición, enunciación y generalización-particularización. Asimismo, en todo el desarrollo de la actividad se hacen presentes los mega-procesos de resolución de problemas y la modelación.

Tabla 2
Definiciones de los estudiantes del objeto razón

Ítem	Respuestas
	Es una relación entre dos cantidades
9. ¿Qué es una razón de dos cantidades?	Cuando aumento la variable y se incrementa x
	El cambio de la función en determinado punto
	La relación de cambio entre las variables

En este aspecto, resulta interesante que el grupo de clase no logra identificar que la relación entre las cantidades corresponde a una razón constante, esto a pesar de que gráficamente las representaciones fueron lineales (ver tabla 2). Nuevamente surgen evidencias del escaso conocimiento sobre este objeto matemático por parte de los estudiantes y también de la falta de capacidad para argumentar sus conjeturas mediante el uso de elementos matemáticos.

Para terminar, el profesor inicia el proceso de socialización de los resultados preguntando sobre aspectos de las respuestas y los argumentos dados para lograr acuerdos en el foro. En esta etapa de la clase el profesor busca escuchar, cuestionar y unificar las opiniones de los estudiantes, para luego presentar el concepto formal de razón. Se explican aspectos claves como el concepto de razón constante y formas alternativas para la representación de funciones, aclarando que podría resultar más oportuno plantear una ecuación para representar la situación de la actividad. Esta etapa de la clase evidencia el desarrollo del proceso de institucionalización.

Conclusiones

En esta experiencia se muestra el desarrollo de diversos procesos matemáticos en el aula que permiten al estudiante explorar, proponer e incluso cuestionar sus conocimientos. Por esto se considera que el espacio otorgado a los estudiantes se mostró eficiente y sobre todo enriquecedor para su aprendizaje. Se considera también que el espacio resultó oportuno para el profesor, pues aparecen aspectos que usualmente se consideran obvios para quien enseña, pero que en realidad se convierten en obstáculos que el estudiante pocas veces tiene la oportunidad de exteriorizar.

Por otra parte, la razón como objeto matemático es trabajado en diferentes momentos de la formación del estudiante en la escuela; sin embargo, las respuestas dadas en la actividad marcan que más allá del manejo algorítmico de las fracciones y de la conversión entre diferentes registros semióticos (como el porcentual o el decimal), no existe una conciencia suficientemente sólida sobre la naturaleza y aplicabilidad de estos cálculos.

Lo anterior marca un claro punto de partida para la comprensión y valoración de algunas dificultades a las que se enfrentan los alumnos en el estudio del cálculo diferencial, pues el objeto matemático razón es fundamental en la construcción de las ideas de límite, la derivada como recta tangente, como razón de cambio, etc. La falta de atención a este tipo de falencias en las concepciones de los estudiantes es en parte responsabilidad del docente, pues es quien está en la capacidad profesional de detectarlas.

Si bien en términos de tiempo, una explicación por parte del profesor universitario de este objeto puede ser más eficiente, este tipo de actividades marcan un espacio significativo de construcción de conceptos por parte del estudiante, con lo cual se pueden evitar futuros obstáculos epistemológicos y cognitivos que impidan un correcto desarrollo del aprendizaje del estudiante.

Finalmente, es importante resaltar que esta experiencia busca mostrar que las Tic como instrumento mediante el cual el estudiante se comunica, consulta y explora, resulta ser un gran aporte para el proceso de aprendizaje de la matemática; si por el contrario se considera que estas tecnologías deben ser el eje principal de la enseñanza, se fortalecen los modelos de eficiencia que limitan al estudiante y lo apartan de la matemática.

Referencias

- Badillo, E., Figueiras, L., Font, V. y Martínez, M. (2013). Visualización gráfica y análisis comparativo de la práctica matemática en el aula. *Enseñanza de las ciencias*, 31(3), 207-225.
- Bedoya, E. y Rico, L. (1998). Calculadoras graficadoras y enseñanza de matemáticas en secundaria. En Thales (Ed.), *Actas del IV Simposio sobre Investigación en el Aula de Matemáticas*(pp. 113-131). Granada: Autor
- Breda, A. y Lima, V. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT*, 5(1), 74-103. Doi: 10.4471/redimat.2016.1955
- Contreras, A., García, M. y Font, V. (2012). Análisis de un proceso de estudio sobre la enseñanza del límite de una función. *Bolema*, 26(42b), 667-690.
- Cortés, C., Guerrero, L., Morales Ch., y Pedroza, L. (2014). Tecnologías de la información y la comunicación (TIC). aplicaciones tecnológicas para el aprendizaje de las matemáticas. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 39, 141-161.
- Davis, R. B. (1992). *Reflections on where Mathematics now stands and on where it may be going*. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and learning* (p.724-734). Nueva York, Mcmillan Publishing Company.
- D'Amore, B. y Fandiño, M. (2015). Propuestas metodológicas que constituyeron ilusiones en el proceso de enseñanza de la matemática. *Educación matemática*, 27(3), 7-43. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40544202001>
- Espinoza, C. y Jiménez, A. (2014). Construcción del concepto de razón y razón constante desde la óptica socioepistemológica. *Praxis y saber*, 5(9), 53-80.
- Flick, U (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid: Morata.
- Font, V. y Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 33-52.
- Font, V., Godino, J. y Contreras, A. (2008). From representation to onto-semiotic configurations in analysing mathematics teaching and learning processes. En L. Radford, G. Schubring, y F. Seeger (eds.), *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture* (pp. 157–173). Rotterdam, Holland: Sense Publishers.
- Font, V., Planas, N. y Godino, J. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Font, V., Godino, J. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 97-124.
- Font, V. (2015). *Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática [Guideline for the analysis and assessment of the didactical suitability of the mathematics teaching and learning processes]*. Unpublished manuscript. Barcelona: Departamento de Didáctica de las CCEE y la Matemática, Universitat de Barcelona.

Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M. & Lurduy, O. (2009). Systems of practices and configurations of objects and processes as tools for the semiotic analysis in mathematics education. *Semiotic Approaches to Mathematics, the History of Mathematics and Mathematics Education*. 3rd Meeting. Aristotle University of Thessaloniki. July 16-17.

Greer, B. (1992). *Multiplication and division as models of situations*. In D. A. Grouws (Ed.). Handbook of research on mathematics teaching and learning. (pp. 276-295). New York: Macmillan Publishing Company.

Linares, S. y Sánchez, M. V. (1990). *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla: Alfar.

NCTM (1992). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales.

Pochulu, M. y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *RELIME - Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 14(3), 361-394.

Yin, R. (1984). *Case study research: Design and methods*. Newbury Park, CA: Sage.