

Aportes del cine en la enseñanza de las matemáticas en educación media

Contributions of film in the teaching of mathematics in secondary education

José Eduardo Cifuentes-Garzón^a, Luis Omar Cortes-Tunjano^b

^aDoctor en Educación y Sociedad, josecifuentes1980@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-5602-957X>, Secretaría de Educación de Cundinamarca, La Palma, Colombia.

^bMagíster en Enseñanza de las Matemáticas, omarcortes78@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-9724-8234>, Secretaría de Educación de Cundinamarca, La Palma, Colombia.

Forma de citar: : Cifuentes-Garzón, J. E., y Cortes-Tunjano, L. O. (2022). Aportes del cine en la enseñanza de las matemáticas en educación media. *Eco Matemático*, 13(2), 67-82. <https://doi.org/10.22463/17948231.3491>

Recibido: 15 de Noviembre de 2021

Aceptado: 6 de Mayo de 2022

Palabras clave

Cine, Educación Media, Enseñanza, Habilidades Comunicativas, Matemáticas.

Resumen: Una dificultad en la enseñanza de las matemáticas en educación media se relaciona con la desmotivación de los estudiantes frente al aprendizaje de los contenidos del área. En este sentido, la investigación tuvo como finalidad determinar los aportes del cine en el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas en estudiantes de educación media de una institución pública del departamento de Cundinamarca-Colombia. Se utilizó un enfoque cualitativo con la investigación acción educativa. Los resultados evidencian que el uso del cine favorece el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de educación media, toda vez que genera expectativa por temas propios del área, permite establecer conexiones con situaciones reales e hipotéticas y potencia las habilidades comunicativas de leer, escuchar, hablar y escribir.

*Autor para correspondencia: josecifuentes1980@gmail.com

<https://doi.org/10.22463/17948231.3491>

2462-8794© 2022 Universidad Francisco de Paula Santander. Este es un artículo bajo la licencia CC BY 4.0

Keywords

Cinema, Secondary Education, Teaching, Communication Skills, Mathematics.

Abstract: A difficulty in the teaching of Mathematics in secondary school is related to the lack of motivation of students towards the learning contents of the area. In this regard, the target of this investigation was to determine the contributions of cinema in the improvement in the teaching of Mathematics in students at secondary school in a public institution of the department of Cundinamarca - Colombia. A qualitative approach was used with the action educative research. The outcomes show that the use of cinema encourages the learning of Mathematics in students at secondary school, each time that it generates expectations for the own theme of the area. It allows to establish connections with real and hypothetical situations and it promotes the communication skills to read, listen, speak and write.

Introducción

Enseñar matemáticas en la escuela es una tarea que sigue siendo retadora, dado que existe desmotivación y apatía en los estudiantes (Vacca, 2012) y falencias en las estrategias didácticas utilizadas por los profesores. En esta perspectiva, Álvarez (2015), plantea que “la falta de formación pedagógica y didáctica de los docentes, el desconocimiento de herramientas que permitan hacer agradable el aprendizaje o la tendencia a un aprendizaje memorístico y procedimental” (p.72), dificultan la enseñanza de esta área. En este sentido, para Ricaldi (2018), el docente debe tener “un profundo conocimiento de la realidad escolar, de su disciplina y la didáctica vinculada a su materia” (p.453). Por tal razón, urge la necesidad explorar diferentes alternativas que enganchen a los estudiantes en los aprendizajes de los procesos matemáticos, en la medida en que “los docentes de hoy tienen el reto de resignificar sus prácticas pedagógicas donde busquen que sus estudiantes se apropien de los conceptos y entiendan la importancia de las matemáticas (Aristizábal et al., 2016, p.108).

Sumado a lo anterior, existe poca comprensión y aplicación de conocimientos matemáticos (Mesa, 2011), debido a que “Los estudiantes perciben la mayoría de las actividades (en cualquier nivel escolar) como una masa de mecanismos en

apariencia inútiles” (D’Amore, 2015, p.19). En consecuencia, surge la investigación titulada “El cine como estrategia didáctica en el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas en estudiantes de educación media del municipio de Villagómez Cundinamarca Colombia”. Dicha investigación fue guiada por la pregunta ¿Cuáles son los aportes del cine en la enseñanza de las matemáticas en estudiantes de educación media?

Para responder a lo anterior se formuló como objetivo general determinar los aportes del cine en el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas en estudiantes de educación media de una institución pública del departamento de Cundinamarca-Colombia, a través de acciones específicas como: diagnosticar el desempeño de los estudiantes en matemáticas, autoevaluar las prácticas de enseñanza, identificar las películas que puedan aportar al desarrollo de contenidos matemáticos, implementar el cine en clases de matemáticas como estrategia para la construcción de aprendizajes y evaluar la efectividad de la intervención didáctica.

Como categorías teóricas se abordaron la enseñanza de las matemáticas, los materiales educativos, el cine en las clases de matemáticas y el rol de los estudiantes y sus producciones frente a la estrategia implementada:

Enseñanza de las matemáticas: todo docente debe preocuparse por reflexionar sobre su práctica pedagógica, independientemente del área de especialidad de cada uno. En el caso particular de las matemáticas, el docente debe encontrar la manera de promover en sus estudiantes las competencias de razonamiento, comunicación y resolución de problemas, a fin de desenvolverse ante situaciones de su contexto, al ser “un área básica que potencia el pensamiento del ser, para desarrollarlo en su entorno y en su problemática diaria (planteamiento y solución de problemas), y contribuye en la formación de la persona para hacerla competente en la vida laboral” (Figueroa et al., 2019, p.480).

De acuerdo con lo anterior, la enseñanza de las matemáticas debe “facilitar al estudiante además de su propio conocimiento, la interacción con su entorno, entendido esto con el hecho de que el saber matemático en su evolución ha sido resignificado como un saber inmerso en el mundo de lo social” (Loaiza, 2018, p.19). Además, debe procurar que el individuo sea matemáticamente competente. Es decir, desarrollar los cinco procesos matemáticos definidos por el Ministerio de Educación Nacional, el planteamiento y la resolución de problemas, la modelación de fenómenos reales, la comunicación, el razonamiento y la ejercitación de procedimientos y algoritmos (MEN, 2006). Sin embargo, abordar todos los procesos al mismo tiempo no es una tarea sencilla y una manera de lograrlo consiste en el mejoramiento de la planeación.

Dentro de la planeación se deben garantizar actividades que además de impulsar las competencias, motiven a los estudiantes y de esta manera hacer más agradable la clase de matemáticas. Es importante cambiar la percepción que muchas personas tienen hacia esta área, en este sentido, Gómez (1999, como se citó en Dávila y Robles, 2019) afirma que las emociones y sentimientos de un estudiante son fundamentales al momento de comprender los conceptos que el docente le quiere enseñar, y por ello, lo primero debe ser suscitarlos

por medio de acciones que los mantengan activos y proliferar el interés por el área. En este sentido, el cine en las clases de matemáticas se convierte en una herramienta bastante útil para conseguir este propósito.

Materiales educativos: otro apartado importante incluido en la planeación que todo docente debe realizar es la descripción de los recursos didácticos y materiales educativos a emplear dentro de las actividades. Estos “pueden ser definidos como textos en diversos soportes que se utilizan en las prácticas educativas con el fin de favorecer el aprendizaje de los estudiantes” (Ricaldi, 2018, p.452). Existen diferentes tipos de materiales para desarrollar un tema, sin embargo, el docente debe buscar y elegir aquellos mejor acoplados a los conceptos, procedimientos y problemas que se pretenden abordar, de tal manera que faciliten su cognición.

En esta misma dirección, la principal función de los materiales educativos es “ampliar las fuentes de información, ampliar las actividades, mejorar las formas de presentar los temas que se quieren trabajar y favorecer la comprensión de un tema complejo” (Ricaldi, 2018, p.452). Es de considerable estimación definir los materiales acordes con los momentos de una clase, pues los desempeños deben ser planeados desde los conocimientos previos y la orientación en la investigación de los conceptos, hasta la aplicación de los saberes. Dicha selección debe ser minuciosa para aprovechar de la mejor manera el impacto en el aprendizaje de los estudiantes. Según Vargas (2017), existen tres grupos de recursos, los textos impresos, los materiales audiovisuales y los tableros didácticos. Debido al crecimiento y desarrollo exponencial de la tecnología, los materiales educativos relacionados con las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) se han convertido en una fuente relevante de acceso a la información.

De otra parte, una tarea del docente es reflexionar sobre la efectividad de su práctica, en cuanto a la organización, el tiempo, la evaluación y según Parcerisa (2006), de los materiales implementados y su efecto en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Puesto que la implementación de dichos materiales en el aula no siempre conlleva a los resultados que se esperan. En caso de no lograr el propósito, el profesor debe buscar otras posibilidades o tomar la decisión de cambiar los componentes didácticos. Para ello, se puede hacer una clasificación específica para el área, en este caso la enseñanza de las matemáticas y de esta manera, seleccionar aquellos pertinentes para usarlos en temas futuros.

El cine en la clase de matemáticas: uno de los grandes retos en la enseñanza de las matemáticas y de cualquier otra área, es encontrar las herramientas adecuadas para la motivación e introducción a los temas y conceptos que el docente quiere presentar a sus estudiantes. En este sentido, el cine en la educación matemática se convierte en un elemento práctico y didáctico para lograr dicho acicate, porque permite construir conceptos matemáticos, promover la “sensibilidad hacia el objeto del conocimiento y a la vez que facilita su percepción” (Asti y Beltrán, 2014, p.135). En este sentido, se puede definir el cine en la educación matemática como un recurso el cual fomenta la creatividad, despierta el interés por los temas y permite el desarrollo del pensamiento lateral para conseguir en los estudiantes una mirada diferente sobre las matemáticas (Condese y Minnaard, 2009).

Por otro lado, es necesario analizar las ventajas inmersas en la implementación de este tipo de estrategias videográficas en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para el docente es una forma diferente de planear una clase de matemáticas, puesto que se sale de lo tradicional. Es decir, deben ir de la mano la innovación y la articulación de actividades en las clases de matemáticas, no limitarse únicamente al seguimiento de libros, la resolución de ejercicios y la memorización de contenidos para de repente

visualizar una obra cinematográfica, pues provocaría que la “excepcionalidad del cine en el aula sea acogida por parte del alumnado como algo exótico, ajeno a la materia y por tanto carente de valor” (Sorando, 2012, p.15), lo cual no es la finalidad de mostrar una película o una serie dentro de una clase de matemáticas.

En ese mismo sentido, el cine como herramienta de aprendizaje para los estudiantes, tiene la ventaja de ser una experiencia la cual no solo permite comprender conceptos o solucionar problemas matemáticos, sino que también puede ayudar a mejorar capacidades de otras áreas como la escritura y la lectura. Además, potencia el despertar de sentimientos de los educandos, producir metas a corto o largo plazo o generar articulaciones entre el mundo real y aquello que se está comprendiendo (Peñuela y Pulido, 2012). Dicho de otro modo, todo depende del uso que el docente le dé al material videográfico y las actividades diseñadas alrededor de este.

El rol de los estudiantes y sus producciones frente a la estrategia implementada: según Figueroa, et al., (2019, p.480) “la enseñanza de las Matemáticas no solo depende de que los estudiantes manejen conceptos y procedimientos matemáticos, sino que además incrementen ampliamente un pensamiento matemático”. Por consiguiente, la aplicación de los conceptos, los procedimientos y las estrategias que se enseñan y aprenden en matemáticas, son tomadas bien sea de un libro o de situaciones creadas por el mismo docente y en muchos casos no se tiene en cuenta el contexto de la población de estudiantes al abordar los tópicos. En esta misma dirección, Espiñeira et al. (2017) afirman que “los alumnos ‘aprenden’, pero sólo para aplicar lo asimilado en situaciones creadas por el docente, y por ese motivo los contenidos carecen de significado real para ellos” (p.92).

De acuerdo con lo anterior, rescatar las voces de “los estudiantes permite reconocer sus situaciones

particulares, sus comprensiones y significaciones acerca del mundo, sus niveles de conocimiento para interpretar la realidad, haciendo posible la construcción de currículos acordes a las necesidades, intereses, contextos y desarrollo de los educandos (Cifuentes, 2015a, p.163). De esta manera, se empodera al estudiantado para que opine sobre el proceso formativo, proponga actividades para el aprendizaje y presente iniciativas para el fomento de la ciencia, la cultura y el deporte. Por lo tanto, al presentar alternativas como las películas en la clase de matemáticas, se debe permitir que los estudiantes las propongan y estudien a fondo su contenido con el fin de determinar su pertinencia con el tema y su impacto en el grupo escolar.

En consecuencia, resulta pertinente que en los establecimientos educativos “se genere un ambiente reflexivo por parte del estudiante y también del docente, por lo que se hace necesario, una buena preparación previa estableciendo tareas que permitan construir el conocimiento formal desde el aporte individual de los estudiantes” (Valbuena et al., 2020, p.9). De esta manera, se genera una interacción entre estudiantes y profesores de interés mutuo, facilitándose la construcción de los saberes. Estas dinámicas contribuirán en la consolidación de “ambientes eficientes a la hora de proporcionar el saber, debido a que el interés del estudiante se va a estimular con anticipación y con su participación espontánea en las clases” (Valbuena et al., 2020, p.9)

Metodología

En este apartado se presentan los elementos que permiten evidenciar la manera como se desarrolló el proceso desde la investigación acción educativa, para abordar la unidad de análisis relacionada con la importancia de reflexionar sobre la práctica de enseñanza de los docentes de matemáticas y los diferentes recursos que se puede utilizar para generar un mayor interés por parte de los estudiantes. Para ello, se establecieron como categorías de análisis: el desempeño de los estudiantes con relación a las

prácticas de enseñanza del docente, las películas como estrategia didáctica y su efectividad en el trabajo pedagógico en el área de matemáticas.

Población

Los grupos participantes en este estudio estaban conformados por jóvenes rurales y urbanos de los grados décimo y undécimo de la Institución Educativa Departamental Misael Gómez de Villagómez Cundinamarca Colombia. En total, se vincularon 54 estudiantes, de los cuales 34 eran de grado décimo y 20 de grado undécimo con edades oscilantes entre 14 y 18 años y de estratos socioeconómicos 1 y 2. Se escogieron como participantes de la investigación a los estudiantes de estos grados dado que las películas presentadas contenían temas relacionados con el currículo de matemáticas en dichos niveles de escolaridad. Además, son estudiantes con conocimientos avanzados en la lectura y la escritura y están en la capacidad de valorar un texto escrito de manera crítica y reflexiva.

Enfoque

El enfoque de la investigación es cualitativo. En este enfoque, de acuerdo con Cabrero y Richard (1996, como se citó en Cruz, et al., 2014, p.206):

Se destacan las cualidades del objeto de estudio y se pone mayor interés en los procesos que en los resultados. En las investigaciones sociales se enfatiza la participación de los sujetos que forman parte del objeto de investigación, privilegiando la investigación documental y otorgando un peso importante a la observación en el trabajo de campo.

En este sentido, la investigación resalta los procesos matemáticos desarrollados en los escritos de los estudiantes, así como las capacidades de lectura y escritura al emplear sus construcciones como recurso fundamental para la documentación.

Tipo de investigación

El estudio utilizó la investigación-acción-educativa. Para Martínez (2014), este tipo de investigación:

Analiza relatos, documentos, discursos y otras evidencias de manera inductiva, lo que permite que esas dimensiones surjan del trabajo de campo. En este sentido, la IA documenta la producción de conocimientos en los contextos de la intervención y permite comprender cuáles son las experiencias de los participantes de las intervenciones y qué significan las intervenciones para ellos. Utilizando herramientas de la etnografía tales como la observación participante, la permanencia prolongada y la empatía, la IA busca comprender los sentidos que los actores le dan a las intervenciones, cómo se apropian de ellas, qué formas le dan y qué estrategias se utilizan en el proceso de implementación. (p.65)

De esta manera, la investigación analizó las construcciones de los estudiantes para determinar el impacto del recurso cinematográfico en la comprensión de los conceptos matemáticos y la perspectiva que cada uno tuvo con relación a su contenido.

Fases e instrumentos

La investigación se desarrolló en tres etapas:

Diagnóstico: en esta etapa se desarrolló un análisis del desempeño de los estudiantes en las pruebas de Estado Saber 11 de los años 2017, 2018 y 2019 en el área de matemáticas a través de una rejilla e interpretación de gráficas. Además, se autoevaluaron las prácticas de enseñanza del docente de matemáticas por medio la técnica de árbol de problemas.

Intervención: como propuesta de intervención surgió la idea de vincular el cine dentro de las prácticas de aula bajo el título de “Clases de

película”, con la selección de producciones relacionadas con el currículo y con situaciones de la vida cotidiana para que los estudiantes observarán la aplicación de los contenidos en situaciones reales. Se usó el buscador de Google con el fin de encontrar aquellas que sirvieran para mostrar a los estudiantes al finalizar cada periodo académico. En cuanto a la escritura, se implementaron varios tipos de texto como el cuento, el ensayo y la historieta, en los cuales se debía resaltar el contenido matemático y el punto de vista individual de cada estudiante. Con relación a la lectura, estos productos eran intercambiados para ser leídos y valorados entre ellos. Y finalmente, para la comunicación, antes de ver la película los estudiantes debían realizar un cartel de manera grupal, en el cual se muestren los aspectos más relevantes del filme. Todos estos procesos se registraron en diarios de campo.

Verificación: al finalizar el año escolar, se aplicó una encuesta a los estudiantes para analizar el impacto de las clases de película en el aprendizaje y la motivación de los estudiantes frente a los contenidos y la práctica pedagógica. Se pudo evidenciar el cambio de la perspectiva de los estudiantes hacia las matemáticas de manera positiva al observar cómo los contenidos de esta área ayudan a entender mejor la naturaleza y nuestro alrededor. Con el desarrollo de cada clase de película, el docente mejoró la planeación en cuanto a la transversalización facilitada por este tipo de prácticas, al vincular las capacidades matemáticas con las competencias lectoescritoras y comunicativas.

Durante el desarrollo de las fases de la investigación, se hizo triangulación de la información, denominada triangulación de datos. Ésta se refiere “a la utilización de diferentes estrategias y fuentes de información sobre una recogida de datos, permite contrastar la información recabada.” (Aguilar y Barroso, 2015, p.74). En esta perspectiva, mediante la triangulación de los datos analizamos la información proveniente de diferentes fuentes, tales como la observación directa, las narrativas de los estudiantes, las respuestas a las

encuestas y las propias reflexiones del profesor investigador.

Resultados y Análisis

Los hallazgos se presentan en cuatro apartados: diagnóstico del desempeño de los estudiantes y las prácticas de enseñanza del docente, las películas que puedan aportar al desarrollo de contenidos matemáticos, la implementación del cine en clases de matemáticas y la efectividad del cine en el aprendizaje y en la enseñanza de esta área del conocimiento:

Diagnóstico del desempeño de los estudiantes y las prácticas de enseñanza del docente

Las dificultades en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas se originan

en diferentes factores, por ejemplo, prácticas de aula obsoletas, actividades de memorización y valoración netamente numérica. Estas son algunas causas que conllevan a que los estudiantes obtengan bajos desempeños en las pruebas de Estado.

En cuanto a la caracterización del desempeño de los estudiantes, en el caso particular de la Institución Educativa Departamental Misael Gómez, según el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES (2017), en el año 2017 el 56% de los estudiantes se ubicaron en los niveles 1 y 2, en el año 2018 este porcentaje pasó al 54% ICFES (2018) y en el año 2019, el 54% de los estudiantes obtuvo un nivel de desempeño entre el nivel 1 y 2 ICFES (2019), como se muestra en la figura 1:

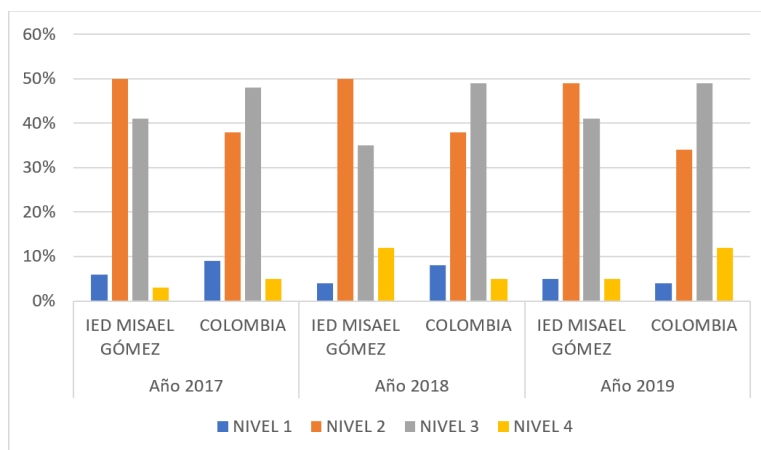


Figura 1. Niveles de desempeño de la IED Misael Gómez frente a Colombia en los años 2017, 2018 y 2019

De acuerdo con lo anterior, los estudiantes ubicados en el nivel 2 están en capacidad de diferenciar los procedimientos posibles para realizar las tareas requeridas; mientras que en el nivel 1, los estudiantes se limitan a identificar las tareas demandadas. Sin embargo, no analizan procedimientos para desarrollar de la mejor manera la tarea solicitada y no están preparados para deducir y combinar procedimientos que permitan solucionar problemas, lo cual representa los niveles 3 y 4 respectivamente.

En cuanto al diagnóstico de las prácticas de aula, se realizó un árbol de problemas en el cual se identificaron las causas, los síntomas y el problema de la investigación, como se muestra en la figura 2:

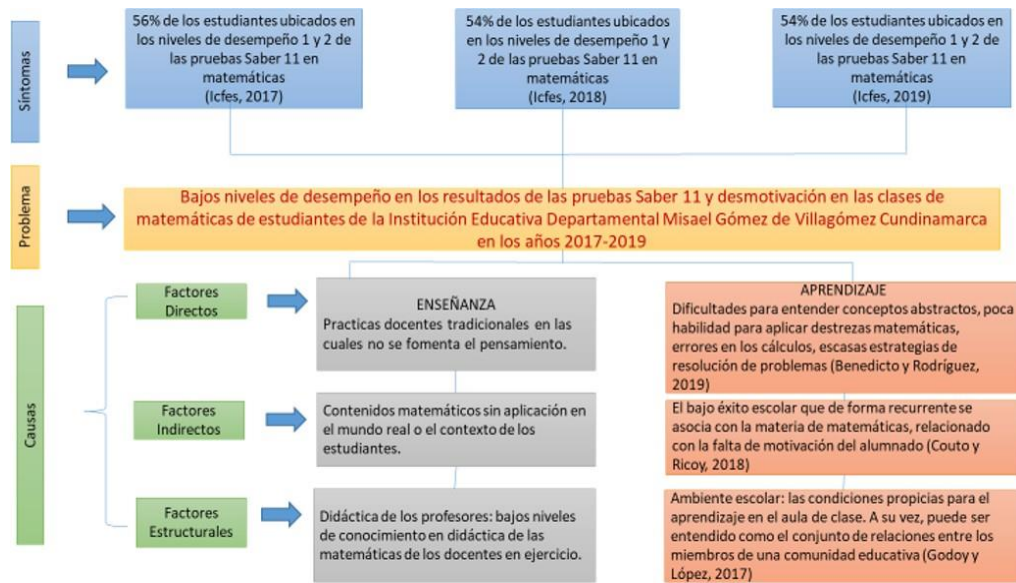


Figura 2. Árbol de problemas sobre las clases de matemáticas

Como se observa en el árbol de problemas anteriormente expuesto, se evidencia que los estudiantes de la Institución Educativa Departamental Misael Gómez presentan bajos desempeños en las pruebas Saber 11 de los últimos 3 años y desmotivación hacia el área de matemáticas. Dicho problema se identificó a través de la observación directa hecha durante los últimos 3 meses. De esta manera, los síntomas se detectaron al analizar las pruebas saber de los 3 últimos años. Como causas respecto a la enseñanza, se centran en prácticas de aula tradicionales en las cuales se abordan contenidos sin aplicación en el mundo real y sin relación con el contexto de los estudiantes debido a la falta de conocimientos en didáctica por parte de los docentes que orientan matemáticas.

Frente al aprendizaje, existen factores que dificultan la comprensión de los procesos matemáticos, por ejemplo, los conceptos abstractos debido a los errores en los cálculos que derivan en escasas habilidades para resolver problemas. Para los estudiantes es frustrante no tener éxito en los retos que se promueven en esta área y como consecuencia se desemboca en la desmotivación en las clases, sumado a ello, un ambiente de aula inadecuado desde la perspectiva de las relaciones

de todos los miembros de la comunidad educativa, padres de familia, compañeros de clase, directivos y docentes.

Películas que aportaron al desarrollo de contenidos matemáticos

Los criterios tenidos en cuenta para seleccionar las películas que aportaran al aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de educación media fueron los siguientes: contenidos relacionados con la malla curricular de matemáticas, aptas para presentar a niños y jóvenes por su lenguaje y tipo de escenas, de fácil acceso y con trama llamativa para los estudiantes y que mostraran alguna aplicación de las matemáticas al mundo real. En la tabla I, se presentan las películas proyectadas a los estudiantes de educación media en las clases de matemáticas durante el 2019:

Tabla I. Películas proyectadas en el año 2019

Nombre de la película	Descripción	Conceptos matemáticos
Ágora	Película española de género drama histórico sobre la ciudad de Alejandría en Egipto. Su protagonista es Hipatia de Alejandría quien fue una filósofa, astrónoma y matemática del siglo 391 d. de C.	En el desarrollo de la película se muestran conceptos matemáticos descritos en los libros los elementos de Euclides relacionados con la geometría plana, el cono de Apolonio en el cual se describen las secciones cónicas como la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola, los sistemas geocéntricos y heliocéntricos en los cuales Hipatia centra su interés por determinar el motivo del comportamiento de los planetas, concluyendo al final que las órbitas de los planetas no eran circulares, sino elípticas.
Un don excepcional	Película estadounidense de género dramático sobre una niña de 7 años muy talentosa para las matemáticas y avanzada para recibir la educación de una escuela del común.	El tema principal de la película son las ecuaciones y en particular la solución de uno de los problemas del milenio sin resolver, "las ecuaciones de Navier-Stokes", las cuales se usan en física para describir el movimiento de un fluido asociados a la viscosidad. También menciona la manera como la protagonista realiza cálculos mentales de manera impresionante mediante el método Trachtenberg, el cual es un sistema de cálculo mental en el que se pueden realizar multiplicaciones memorizando algunos patrones.
Talentos ocultos	Película estadounidense de género biográfico que se basa en la vida de Katherine Johnson y sus dos colegas y amigas Dorothy Vaughan y Mary Jackson. La protagonista fue una matemática afroamericana que trabajó en la NASA calculando trayectorias en los vuelos del Apolo 11 y el proyecto Mercury.	En el desarrollo de la película se muestra una niña con capacidades matemáticas excepcionales, con la edad de 8 años, resuelve ecuaciones cuadráticas. De igual manera en el campo de la geometría se muestra la habilidad de reconocer figuras planas y figuras sólidas. También se evidencia el conocimiento que la protagonista tiene con relación a los números primos. El tema principal de la película es el conocimiento en geometría analítica y el problema que conlleva pasar de una órbita elíptica a una parabólica, el cual es solucionado de manera numérica con el método de Euler que sirve para solucionar ecuaciones diferenciales.
X+Y	Película del Reino Unido de género drama y comedia. Su protagonista Nathan es un joven diagnosticado con el síndrome de Asperger, una enfermedad que no le permite relacionarse con las personas, pero con una habilidad impresionante por las secuencias y los números.	Los temas matemáticos de esta película se relacionan con conceptos geométricos, con demostraciones en la teoría de números y la probabilidad. Algunos de los problemas a los que se enfrenta el protagonista son: 1. <i>¿Existen infinitos pares de enteros positivos (m, n) tales que m divide a n al cuadrado más uno, y n divide a m al cuadrado más uno?</i> 2. <i>Se colocan 20 cartas al azar en una fila todas boca abajo. Un movimiento consiste en dar la vuelta a una carta que esté boca abajo e inmediatamente dar la vuelta de la que esté a su derecha. Demostrar que no importa qué cartas se elijan, esta secuencia de movimientos siempre termina.</i>

Las películas descritas en la tabla 1 tienen un punto de convergencia en la capacidad de algunas personas para solucionar problemas matemáticos en diferentes campos de aplicación. Su proyección en el aula permite abordar algunos de los temas vistos para analizarlos y comprenderlos. Sin embargo, contienen otros que no son pertinentes por su nivel de dificultad, tal es el caso de las ecuaciones diferenciales. No obstante, métodos como el Trachtenberg (método para realizar cálculos mentales de manera rápida), se pueden reflexionar con los estudiantes para mejorar su capacidad de cálculo mental. Estas películas motivan a los estudiantes en el sentido de encontrar la importancia de las matemáticas para solucionar problemas complejos y aportar en los avances tecnológicos.

Implementación del cine en clases de matemáticas

Una vez seleccionadas las películas apropiadas, se elaboró una unidad didáctica basada en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) bajo el

tópico generativo "Clases de película" con el fin de mostrar a los estudiantes algunas aplicaciones de los conceptos matemáticos en contextos reales. Según Cifuentes (2015b), la EpC se concibe como:

Un marco de referencia que explica, por un lado, cómo se construyen comprensiones profundas y, por otro, la importancia que esto tiene para el desarrollo de un pensamiento cada vez más complejo que permita al estudiante resolver problemas de manera flexible y crear productos nuevos y significativos para su cultura (p.73).

Las metas de comprensión son "los conceptos, procesos y habilidades que deseamos que comprendan los alumnos y que contribuyen a establecer un centro cuando determinamos hacia dónde habrán de encaminarse" (Blythe, 1999, p.66). Para la unidad "Clases de película" las metas se plantearon de acuerdo con las dimensiones de la comprensión vistas por Unger y Wilson (1997), como de conocimiento, método, propósito y comunicación. Se buscó que los estudiantes

comprendieran, en cuanto al conocimiento, los conceptos y ecuaciones matemáticas emergentes de la película; relacionado con el método, la manera de usar esos conocimientos y fórmulas para plantear un problema o una situación; referente al propósito, la importancia y la aplicabilidad en el mundo real de las matemáticas; y acerca de la comunicación, que, por medio de un cartel y un trabajo escrito, cuenten a los demás sus comprensiones durante el desarrollo de los desempeños de cada una de sus fases.

La unidad se desarrolló al finalizar cada uno de los 4 periodos académicos del año 2019 con sesiones de 6 horas de duración, en las cuales se implementaron las fases de exploración del tópico, investigación guiada y proyecto final de síntesis con sus respectivos desempeños como se muestra en la tabla II:

Tabla II. Momentos de la unidad clases de película

Exploración del tópico	Investigación guiada	Proyecto final de síntesis
1. Conformación de grupos cooperativos de base: se conformaron grupos cooperativos de base de 3 estudiantes para investigar los aspectos más relevantes de la película y elaborar un cartel tipo cine con el fin de ubicarlo en varios lugares de la institución.	2. Adecuación del aula: se socializaron los carteles, se realimentaron y se ubicaron en diferentes lugares de la institución. Se organizó el aula para asemejarla a un cine en cuanto a tamaño de la pantalla y sonido por medio de un videobeam y los instrumentos de sonido de la institución respectivamente. 3. Proyección de película: se proyectó la película seleccionada para el periodo. 4. Momento de charla entre estudiantes y docente: en este espacio se aclararon dudas y se hicieron comentarios frente a los temas vistos en la película.	5. Trabajo escrito: cada estudiante elaboró un trabajo escrito en el cual se evidenciaron los conceptos matemáticos que observaron en la película y sus propios comentarios. Estos trabajos varían cada periodo entre cuentos, ensayos, resúmenes e historietas. 6. Momento de socialización y valoración de trabajos escritos: cada estudiante compartió su trabajo con un compañero quien lo leía y valoraba. El docente realimentó cada escrito.
La valoración continua se realizó durante toda la unidad, por medio de la realimentación entre los mismos estudiantes y por parte del docente.		

La exploración del tópico consiste en actividades conectadas con el tema que permiten establecer conexiones con los saberes previos de los estudiantes (Blythe, 1999). En este momento de la unidad, los jóvenes construían un cartel tipo cine con algunos aspectos relevantes de la película, conceptos matemáticos y posibles fórmulas o ecuaciones en las cuales se centra la cinta cinematográfica. Con estas carteleras, se evidenció que los estudiantes usaron símbolos aprendidos durante toda su formación académica, además, permitió enganchar a los estudiantes con algunos temas relacionados con el currículo o el tema que se quería abordar.

En cuanto a la investigación guiada, Blythe (1999) plantea que son acciones encaminadas por el docente y centradas en la comprensión de conceptos, la resolución de problemas y el planteamiento de conjeturas alrededor del conocimiento inmerso en el tópico generativo. De este modo, uno de los desempeños de comprensión fue socializar las carteleras construidas para determinar las semejanzas y deducir los temas matemáticos

que se observarán en la película. Posterior a la revisión y realimentación del docente, se ubicaban dichas construcciones en diferentes lugares de la institución, se adecuaba el aula de clase para tener un efecto análogo con una sala de cine, para ello, se usaban el sonido de la institución y un proyector de video.

Una vez terminado el alistamiento y ubicación de los estudiantes en las sillas, se proyectaba la película y se compartían algunos alimentos que ellos mismos traían voluntariamente para compartir con sus compañeros. En algunas ocasiones era necesario pausar la película para dar explicaciones por parte del docente frente a los conceptos y ecuaciones matemáticas aparecidas en determinadas escenas. Como desempeño de comprensión final para esta etapa de investigación, una vez finalizada la película, se tenía un espacio de charla entre el docente y los estudiantes con la intención de realimentar las nociones matemáticas, aclarar las inquietudes generadas y compartir los comentarios personales de cada uno.

En relación con el proyecto final de síntesis, para Blythe (1999), es la última etapa de la unidad en la cual los estudiantes demuestran sus comprensiones y el docente identifica las dificultades frente a las metas de comprensión planteadas para el tópico generativo. En la unidad “Clases de película”, se propuso la elaboración de un trabajo que contuviera las ideas relacionadas con las matemáticas observadas en la película, además, de sus propios comentarios y conclusiones. Para cada periodo académico, se planteó un proyecto final de síntesis diferente como cuentos, ensayos, resúmenes e historietas, pero que siempre conservaran los aspectos mencionados anteriormente. Finalmente, los trabajos eran socializados con un compañero post revisión y realimentación por parte del docente, con la intención de fomentar la coevaluación y la heteroevaluación.

En consideración a la valoración continua, afirma Cifuentes (2015), que es el proceso mediante el cual los estudiantes reciben realimentación para quintaesenciar las comprensiones frente al tópico. En este sentido, durante todo el desarrollo de la unidad se realizó realimentación por parte del docente y en algunos desempeños la valoración entre pares, con la intención de mejorar cada uno de los productos.

Efectividad del cine en el aprendizaje y en la enseñanza de las matemáticas

Para determinar la efectividad de la unidad didáctica “Clases de película” se implementó una encuesta a los estudiantes por medio de formularios de Google. Las preguntas abordadas se reportan en la tabla III:

Tabla III. Preguntas de la encuesta para determinar la efectividad de la intervención

N°	Cuestionario
1	Respecto a las películas vistas en el año 2019 en el área de matemáticas en el proyecto “Clases de película” ¿Cuál película le llamó más la atención? ¿por qué?
2	¿Las películas vistas en clases le ayudaron a comprender algún tema de matemáticas? ¿cuál?
3	¿Cree usted que articular películas a las clases ayuda a tener mayor gusto por las matemáticas? ¿Por qué?
4	¿Cuáles fueron las actividades que más le llamaron la atención de las clases de película en el área de matemáticas? ¿Por qué?
5	¿Cuál fue el aporte de los trabajos escritos que se realizaron después de cada película a las habilidades comunicativas de leer, escribir, escuchar y hablar?

De aquí en adelante, lo citado textualmente tendrá la siguiente nomenclatura: Encuesta (E), seguido del código del estudiante (E1) y la fecha del registro. En cuanto a las películas que más interesaron a los estudiantes, las respuestas divisaron que “Un don excepcional” y “Talentos ocultos”, ocuparon el primer lugar, por su aplicación en un contexto real o situaciones históricas que acontecieron en algunos países o por las grandes capacidades matemáticas de los personajes. Al respecto, unos estudiantes afirmaron: “Talentos ocultos porque la mujer ayudó a la NASA en los EE. UU y le ganaron a la URSS en la guerra fría” (E, E11, 07/11/2019) y “Un don excepcional, nos enseña a aprovechar y valorar cada oportunidad que tenemos en la vida de mostrar nuestras capacidades” (E, E6, 07/11/2019). En estos comentarios, es evidente que la meta de comprensión de propósito se cumplió, al mostrar a los estudiantes

que las matemáticas se usan en diferentes campos del conocimiento. En esta perspectiva, afirman Guerrero et al. (2018) se contribuyó a la formación integral de los estudiantes y a sus capacidades matemáticas que, en un futuro, servirán para su desempeño laboral.

Respecto a cómo las películas vistas en clases ayudaron a los estudiantes a comprender algún tema, se identificó que las fórmulas matemáticas y la geometría analítica son los temas que más concuerdan entre los estudiantes. Esto se reafirma con expresiones como: “Aprender sobre el desarrollo de ecuaciones, Conocer más sobre las figuras geométricas, y por supuesto aprender sobre la geometría analítica” (E, E1, 07/11/2019) y “Sí, entendí más la geometría analítica, donde una gran representación es por medio de un cono

que evidencia en partes la circunferencia, elipse, parábola y la hipérbola” (E, E5, 07/11/2019). De estas afirmaciones se puede inferir que los estudiantes relacionaron algunas escenas con temas vistos durante su formación académica del bachillerato. Por lo tanto, la unidad tuvo efectividad al ser aplicada como refuerzo de los aprendizajes vistos con anterioridad al mostrar su aplicación en situaciones reales. En este sentido, “es importante considerar en el análisis de la transposición didáctica el conocimiento matemático puesto en juego en dicho fragmento, y contrastarlo tanto con el saber académico como con el conocimiento a enseñar” (Beltrán y Asti, 2014, p.143).

Con relación al interés de los estudiantes hacia las matemáticas a partir del uso de películas en clase, algunos afirmaron: “Si, los estudiantes se sienten a gusto ya que cambia la manera de ver la clase, no todo el tiempo en un solo lugar como lo es en el salón de igual manera también escribiendo, al articular estas películas lo motivan a uno a enfocarse más en esta área (sic)” (E, E3, 07/11/2019). En este sentido, se constata la intención de motivar a los estudiantes y cambiar la perspectiva que tienen hacia las matemáticas, lo cual es una de las pretensiones de los docentes al enseñarles situaciones reales o del contexto por medio de las películas (Beltrán y Asti, 2014).

En lo referido a las actividades que más les llamaron la atención a los estudiantes de las clases de película en el área de matemáticas, se evidencia que la monotonía en el aula desmotiva a los estudiantes y que la articulación de películas en las clases con actividades que requieren escribir, socializar, compartir ideas y producir un escrito, permite un mejor acercamiento a los contenidos matemáticos y, por ende, más atracción hacia la asignatura. Algunas respuestas de los estudiantes como “Me llamó la atención cuando el profesor nos ponía a dar nuestro punto de vista respecto a las películas” (E, E8, 07/11/2019) y “La actividad que más me gustó por parte de este proyecto fue la elaboración de cuentos

relacionados con las películas, también los carteles que hacíamos antes de ver la película pues llamaban mucho más la atención no sólo del curso que le iba a ver si no también de los demás estudiantes” (E, E10, 07/11/2019), muestran como las actividades desarrolladas motivaron y mejoraron el gusto de los estudiantes hacia las matemáticas puesto que no son mecánicas y sin significado o de lo contrario, la actitud negativa aumentaría (Blanco et al., 2015, p.165).

Finalmente, se preguntó por el aporte de los trabajos escritos que se realizan después de cada película a las habilidades comunicativas de leer, escribir, escuchar y hablar. Relacionado con leer, algunos estudiantes respondieron “Fortalecemos más el desarrollo de la lectura crítica y de saber entender lo que se está leyendo” (E, E1, 07/11/2019) y “Pues la actividad podía ser de matemáticas, pero también era un espacio para poner en práctica la lectura que es algo fundamental y no sólo la lectura sino también la creatividad” (E, E10, 07/11/2019). Respecto a la habilidad escritora, algunos comentarios son “Al escribir, esto me ayuda a tener una mejor ortografía y a fomentar una gran organización de ideas más amplias” (E, E2, 07/11/2019) y “Nos ayuda a expresar nuestras ideas, escribir nos pone a volar nuestra imaginación, a redactar las cosas de forma entendible y agradable” (E, E8, 07/11/2019).

Para la habilidad de escuchar, ciertas respuestas fueron “Eso es lo más importante de todo, escuchar ya que la película debía llevarse nuestra atención y concentración y que mejor que empezar escuchando” (E, E10, 07/09/2020) y “Desarrolla mi creatividad por qué el hecho de leer o escuchar algo por parte de otra persona, aunque no lo hayamos vivido no lo imaginamos (sic)” (E, E13, 07/11/2019). En lo referido a la habilidad de hablar, algunas respuestas fueron “Mejora la terminología que se emplea en los matemáticos, puede hablar y comunicar mejores comprensiones de los aprendizajes y conocimientos matemáticos” (E, E5, 07/11/2019) y “Dar nuestros puntos de vista, ya que es muy importante saber

qué pensaban nuestros compañeros” (E, E14, 07/09/2020).

En las afirmaciones anteriores, se evidencia que la unidad “Clases de película”, fue un espacio propicio para el desarrollo de las cuatro habilidades comunicativas y en concordancia con Porras y Quintero (2019), se puede considerar como un entorno crucial en el cual se produce una parte fundamental del aprendizaje como la interacción entre aprendiz y educador, al permitir a los estudiantes construir nuevos significados o refinar los recientemente adquiridos, y al docente reconocer las comprensiones o vacíos que aún se presentan y poder realimentarlos.

Conclusiones

Tras desarrollar la unidad “Clases de película” y realizar el análisis de los resultados, se pueden concluir los siguientes aspectos:

El estudio tiene relevancia para el desarrollo del conocimiento y la investigación, en la medida en que muestra el alcance del séptimo arte como una herramienta que dinamiza y aterriza conceptos matemáticos. En consecuencia, este recurso sirve como un elemento hermenéutico y reflexivo en las prácticas pedagógicas de los docentes.

Es importante utilizar los datos de las pruebas de Estado como herramienta para reconocer aquellas competencias matemáticas en las cuales los estudiantes presentan mayor dificultad y de esta manera realizar los planes de mejoramiento adecuados y con ello, mejorar los resultados de futuros exámenes. Del mismo modo, el análisis de las propias prácticas de aula para identificar fortalezas y aspectos por mejorar en los procesos de enseñanza desde la planeación de unidades didácticas hasta el desarrollo de cada una y la reflexión constante en cada uno de los momentos que debe hacer el docente como investigador dentro de su quehacer.

El cine es una oportunidad para mostrar el uso de varios conceptos matemáticos en el mundo real ya

sea en contextos históricos o actuales, lo cual genera expectativa por los temas propios del área y permite establecer conexiones con situaciones existentes e hipotéticas en el aprendizaje de las matemáticas. Así mismo, la motivación que se genera en los estudiantes al integrar dentro de las clases algunas películas para reforzar temáticas o para iniciar el desarrollo de un tópico permite cambiar la perspectiva negativa hacia las matemáticas que se evidencia en la comunidad.

La unidad “Clases de película” permite el desarrollo de las habilidades comunicativas de leer, escuchar, hablar y escribir a partir del uso de películas con contenido relacionado con las matemáticas. Esto facilita, por un lado, el aprendizaje de los contenidos matemáticos y mejora las competencias de resolución de problemas, razonamiento y comunicación que son evaluadas en las pruebas de estado y por otro, se reflejará en los desempeños en otras áreas puesto que dichas habilidades se utilizan en todas las ramas del conocimiento. Por medio de la comunicación el docente puede identificar las dificultades de sus estudiantes para intervenirlas en el momento adecuado.

La investigación privilegió las voces de los estudiantes. Para Prieto (2003, p. 1) “Una de las formas más simples de participación de los estudiantes lo constituye la expresión de sus voces”. Es necesario retomar las voces de los estudiantes en los procesos de enseñanza y de aprendizaje en el campo de las matemáticas, pues la apatía que muchos sienten hacia el área puede estar acompañada de timidez para expresar inquietudes o la falta de comprensión de un concepto. En este sentido, la encuesta fue un instrumento valioso que permitió indagar en la percepción que se generó o que permaneció en cada individuo después de culminar la unidad. Del mismo modo, los espacios brindados durante el desarrollo de las clases permitieron la interacción docente-estudiante y así desarrollar actividades encaminadas por los comentarios surgidos en esta correlación. Sin embargo, en futuras investigaciones, se puede prestar especial

atención a la importancia de los relatos de los maestros y sus discusiones frente a las estrategias metodológicas emergentes.

Por último, el uso de los fundamentos y elementos del marco de la Enseñanza para la Comprensión en el diseño, ejecución y evaluación de las prácticas de aula fue una teoría que facilitó todo el desarrollo de la unidad al estar cohesionadas sus dimensiones con los propósitos planteados en las clases. De igual forma, este marco facilita la autoevaluación de la praxis que todo docente debe hacer al desarrollar cualquier tópico, con la intención de refinar cada vez más sus planeaciones y articular las herramientas didácticas que mejor apoyen los conceptos de quienes aprenden, como en este caso, la proyección de películas en las lecciones del profesor de matemáticas.

Referencias

- Aguilar Gavira, S. & Barroso Osuna, J. (2015). La triangulación de datos como estrategia en investigación educativa. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*, (47), 73-88. <https://www.redalyc.org/pdf/368/36841180005.pdf>
- Asti, A. & Beltrán, P. (2014). Utilización del cine en matemáticas. *Enseñanza & Teaching*, 123-145. <http://dx.doi.org/10.14201/et2014321123145>
- Álvarez, N. (2015). Factores de motivación para las clases de matemáticas. En: *Cinco experiencias iniciales de investigación*. (Comp.). Bogotá: Universidad Francisco José de Caldas. <http://funes.uniandes.edu.co/10238/1/%C3%81lavarez2016Factores.pdf>.
- Aristizábal, J., Colorado, H. & Gutiérrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia* 12(1), 117-125. <https://doi.org/10.18634/sophiaj.12v.1i.450>
- Blanco, H., Bravo, M. & Muñoz, F. (2015). Estudio sobre los factores que influyen en la pérdida de interés hacia las matemáticas. *Revista Amauta*, 13(26), 149-166. <http://investigaciones.uniatlantico.edu.co/revistas/index.php/Amauta/article/view/1328>
- Blythe, T. (1999). *La enseñanza para la comprensión: guía para el docente*. Buenos Aires: Paidós. http://www.terras.edu.ar/biblioteca/3/EEDU_Perkins_Unidad_1.pdf.
- Cifuentes, J. E. (2015a). Una mirada a la escuela desde las voces de unos estudiantes del sector rural. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 45, 159-172. <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/664/1195>
- Cifuentes, J.E. (2015b). Enseñanza para la Comprensión: opción para mejorar la educación. *Revista Educación y Desarrollo Social*, 9(1), 70-81. <https://revistas.unimilitar.edu.co/index.php/reds/article/view/552>
- Condesse, V., & Minnaard, C. (2009). Luz, cámara, acción: el cine y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 49(3), 1-6. <http://digital.cic.gba.gov.ar/handle/11746/4673>
- Cruz, M., Escalona, M. & Téllez, L. (2014). Calidad y cantidad en las investigaciones educacionales. Algunas reflexiones sobre su integración. *Revista Didasc@lia: D&E*, (5), 203-222. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6581791>
- Dávila, E., & Robles, A. (2019). Fortalecimiento del pensamiento numérico variacional. *Educación y Ciencia*, 23, 531-552. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10269
- D'Amore, B. (2015). Una educación matemática significativa en preescolar. Hipótesis teóricas, investigaciones empíricas y experiencias lúdicas. En B. D'Amore, A. Angeli, M. Di Nunzio y E.

- Fascinelli, *La matemática: del preescolar a la primaria* (págs. 9-67). Chía: Universidad de La Sabana. <https://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/27888/F.%20LA%20MATEMATICA.pdf?sequence=5>.
- Espiñeira, E., López, V., & Vázquez, D. (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas. *Perfiles Educativos*, 39(158), 91-111. <https://www.scielo.org.mx/pdf/peredu/v39n158/0185-2698-peredu-39-158-00091.pdf>.
- Figueredo, E., Figueredo, M., & Rojas, C. (2019). Aprender estructuras aritméticas a través de la interdisciplinariedad con Ciencias Naturales. *Educación y Ciencia*, 23, 477-493. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/10266
- Guerrero, L., Hernández, A., Andrade, J. & Veliz, L. (2018). Aplicación de la matemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes universitarios. *Revista Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo*. <https://www.eumed.net/rev/atlante/2018/07/matematica-ensenanza-aprendizaje.html>
- ICFES, (2017). Reporte de resultados del examen saber 11° por aplicación 2017-2. Bogotá.
- ICFES, (2018). Reporte de resultados del examen saber 11° por aplicación 2018-2. Bogotá.
- ICFES, (2019). Reporte de resultados del examen saber 11 por aplicación 2019-2. Bogotá.
- Loaiza, M. (2018). *Propuesta de enseñanza para el aprendizaje significativo del proceso de la división entre números naturales, con estudiantes de los grados 4° y 5° de educación básica primaria, en el centro educativo el salado*. (Tesis de maestría). Medellín: Universidad Nacional de Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/64085>.
- Martínez, M. (2014). Reflexiones en torno a la Investigación-Acción educativa. CPU-e, *Revista de Investigación Educativa*, (18), 58-86. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=2831/283129394004>
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf.
- Mesa, J. (2011). *La tecnología, una herramienta eficaz en la educación del siglo XXI para la comunidad de Castilla La Nueva (Meta)*. Meta, Colombia. https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/35386/S2012809_es.pdf.
- Parcerisa, A. (2006). *Materiales curriculares: cómo elaborarlos, seleccionarlos y usarlos*. Colombia: Editorial GRAÓ. <https://www.bibliotecadigital.uchile.cl/discovery/Everything&query=sub%2Cexact%2C%20Planes%20de%20estudio%20%2CAND&mode=advanced>.
- Peñuela, D., & Pulido, Ó. (2012). Cine, pensamiento y estética: reflexiones filosóficas y educativas. *Revista Colombiana de Educación*, 63, 89-109. <http://www.scielo.org.co/pdf/rcde/n63/n63a6.pdf>
- Prieto, M. (2003). Educación para la democracia en las escuelas: un desafío pendiente. *Revista Iberoamericana de Educación*. OEI. 1-11. <https://rieoei.org/RIE/article/view/2984>
- Ricaldi, M. (2018). Lenguajes y mediaciones para el aprendizaje de la matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(1), 451-460. <http://funes.uniandes.edu>.

co/13571/.

- Porras, O. & Quintero, L. (2019). Comunicación verbal para promover el desarrollo del razonamiento matemático de estudiantes que inician estudios universitarios. *Educare*, 23(1), 138-158. <https://doi.org/10.46498/reduipb.v23i1.14>
- Sorano, J. M. (2012). Ven x + matemáticas al cine. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 60, 15-23. https://www.matematicasentumundo.es/CINE/Revista_UNO_60.pdf.
- Unger, C., & Wilson, D. (1997). ¿Cuál es la gran idea? En MEN, *Pequeños Aprendices Grandes Comprensiones* (págs. 27-48). Ministerio de Educación Nacional. <https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/44032/u827334.pdf?sequence=1>.
- Vacca, R. (2012). *Apatía hacia las matemáticas*. Pasto: Centro Educativo Quebrada Honda.
- Valbuena Duarte, S., Márquez, M., & Valbuena, B. (2020). El rol del docente en la argumentación matemática de estudiantes para la resolución de problemas. *Revista Espacios*, 41(09), 9-21. <http://w.revistaespacios.com/a20v41n09/a20v41n09p15.pdf>
- Vargas, G. (2017). Recursos educativos didácticos en el proceso enseñanza aprendizaje. *Cuadernos*, 58(1), 68-74. http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1652-67762017000100011.