Ecomatemático ISSN:1794-8231(Impreso), E-ISSN:2462-8794 (Enlínea) Volumen 16 (2) Julio-Diciembre de 2025, páginas 82-96

Eco Matemático
Scientific Journal of Mathematics

Meaningful learning of differential calculus in Animal Production Systems Engineering through contextualized mathematical models

Aprendizaje significativo del cálculo diferencial en la carrera de Ingeniería en Sistemas de Producción Animal a través de modelos matemáticos contextualizados

Tonny Andrey Garita-Araya[1], Yeison Arley Ramirez-Vanegas[2*]

[1] Magister en Enseñanza de las Matemáticas, tonny.garita.araya@una.cr, ORCID: https://orcid.org/0009-0000-6281-6505, Universidad Nacional Heredia, Atenas, Costa Rica..

[2*] Doctor En Matemáticas, yeison.ramirez@udea.edu.co, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0325-2444, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Forma de citar: Garita-Araya, T. A., y Ramirez-Vanegas, Y. A. (2025). Aprendizaje significativo del cálculo diferencial en la carrera de Ingeniería en Sistemas de Producción Animal a través de modelos matemáticos contextualizados. *Eco Matemático,* 16(2), 82-96. https://doi.org/10.22463/17948231.5159

Recibido en Marzo 23, 2025 – Aprobado en Junio 9, 2025.

Keywords:

Mathematical models, meaningful learning, differential calculus, contextualized problems, agricultural sciences

Abstract: This study analyzes the disconnect between the theory of differential calculus and its application in agricultural sciences within university courses, a situation that leads to poor learning outcomes and low academic performance. Although various factors influencing student performance are acknowledged, the research focuses on designing and implementing contextualized problems, through mathematical models, for students in the Animal Production Systems Engineering program. These problems incorporate differential calculus content with the aim of finding applied solutions relevant to the profession. The main objective is to assess whether the use of practical, profession-related examples improves learning outcomes and academic performance. Using a qualitative approach, the study establishes criteria to measure the meaningful learning achieved through the proposed mathematical models and the results obtained with the implemented methodology. Finally, evidence is presented showing improvements in meaningful learning and in students' perceptions regarding the usefulness of this educational strategy..

*Autor para correspondencia: yeison.ramirez@udea.edu.co

https://doi.org/10.22463/17948231.5159

Palabras clave:

Modelos matemáticos, aprendizaje significativo, cálculo diferencial, problemas contextualizados, ciencias agropecuarias .

Resumen: Este estudio analiza la desconexión entre la teoría del cálculo diferencial y su aplicación en las ciencias agropecuarias dentro de los cursos universitarios, situación que incide en un aprendizaje deficiente y un bajo rendimiento académico. Aunque se reconocen diversos factores que afectan el desempeño estudiantil, la investigación se enfoca en el diseño y aplicación de problemas contextualizados, mediante modelos matemáticos, dirigidos a estudiantes de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Producción Animal. Estos problemas integran contenidos del cálculo diferencial con el propósito de encontrar soluciones aplicadas a situaciones propias de la profesión. El objetivo principal es evaluar si la utilización de ejemplos prácticos y contextualizados mejora el aprendizaje y el rendimiento académico. Con un enfoque cualitativo, se establecen criterios para medir el aprendizaje significativo alcanzado por medio de los modelos matemáticos y los resultados obtenidos con la metodología implementada. Finalmente, se presentan evidencias de una mejora en el aprendizaje significativo y en la percepción estudiantil sobre la utilidad de esta estrategia didáctica.

Introducción

Para el año 2022 en las cinco universidades públicas de Costa Rica estaban inscritos el 44,4% de las personas que cursaban alguna carrera universitaria en el país (Consejo Nacional de Rectores [CONARE], 2023). Un hecho identificado a través de los años es que los cursos de servicio o cursos no propios de la carrera, tienen las tasas más altas de reprobación (CONARE, 2023). Uno de estos es Cálculo I o Cálculo Diferencial e Integral; el cual para el quinquenio del 2015 al 2019 tuvo una tasa de reprobación entre el 53,7% y 63,7%, en las tres universidades públicas más grandes del país (García & Román, 2021).

Existen diversos factores que contribuyen a esta problemática, de los cuales se resaltan dos. En primer lugar, se ha identificado la falta de preparación previa de los estudiantes, quienes a menudo carecen de los conceptos matemáticos básicos necesarios para abordar con éxito el cálculo. Prueba de esto, son los resultados de la Prueba Diagnóstica en Matemática realizada por la Universidad de Costa Rica (UCR), la cual evalúa el conocimiento de precálculo que debe poseer un estudiante para cursar Cálculo Diferencial e Integral. Para el 2023, los resultados de dicha prueba muestran que, en una escala de 0-100, de 1874 personas que la resolvieron el 78,28% de la población obtuvo notas menores que 40 y sólo el 5,12% alcanzó puntajes superiores o iguales a 70 (Universidad de Costa Rica [UCR], 2023).

En segundo lugar, la metodología de enseñanza tradicional que se enfoca en la exposición de teoría y la aplicación repetitiva de algoritmos algebraicos, sin establecer una conexión directa con las aplicaciones específicas en cada programa académico. Ha demostrado ser un factor que desmotiva a los estudiantes y lleva a la ausencia de comprensión de la utilidad de los contenidos del Cálculo en su futura profesión (Artigue et al., 1995; Barquero et al., 2011). Es importante resaltar que la utilización de esa metodología se debe a la tendencia de los profesores a reproducir los modelos de enseñanza que experimentaron durante su propia educación (Valero & González, 2020) y que la repitencia de los cursos tiene un impacto social, emocional y económico en los estudiantes, pero la afectación económica también involucra a las universidades pues deben invertir recursos en programas extras para atender la problemática del bajo rendimiento (Hidalgo et al., 2019; Chacón & Roldán, 2021).

Seguidamente se presentan los resultados de una investigación de tipo acción educativa, la cual fue realizada en una de las universidades públicas de Costa Rica, la Universidad Técnica Nacional (UTN); la cual para el año 2017 presentó un porcentaje de deserción y reprobación de alrededor del 65% en el curso de Cálculo 1 y además se tiene como precedente que los cursos de cálculo en la UTN "carecen de esa aplicabilidad, y se centran en conocimientos mecánicos, donde los estudiantes no hacen más que seguir un procedimiento aprendido en clase" (Arroyo, 2018, p. 10). Por lo tanto, el presente artículo aborda estos resultados como desafíos, además propone enfoques y herramientas para superarlos, incluyendo la contextualización de los contenidos y la interdisciplinariedad con la intención de aportar elementos que permitan mejorar el aprendizaje del Cálculo.

Para cumplir con lo anterior, es indispensable reconocer que el aprendizaje de las matemáticas implica no solo la adquisición de habilidades y técnicas, sino también la comprensión profunda de los conceptos y la capacidad de aplicar el conocimiento en contextos profesionales (Toledo & Vera, 2021). La Teoría de Aprendizaje Significativo propone que el aprendiz logre adquirir nuevos conocimientos al relacionarlos con los previos de una manera lógica y no de manera arbitraria (Ausubel, 1983; Moreira, 2019), contrario a lo que sucede en los cursos de Cálculo, donde los alumnos tienden a desarrollar un aprendizaje mecánico y memorizar información que luego logran replicar, pero en la mayoría de los casos no saben aplicar en la solución de nuevos problemas y por lo tanto terminan olvidando con el pasar del tiempo (Moreira, 2012).

Ahora bien, se deben tener en cuenta dos aspectos fundamentales dentro del Aprendizaje Significativo:

1. Metodología de enseñanza y contextualización

El constructivismo matemático destaca la importancia de utilizar modelos matemáticos en la enseñanza porque los problemas adquieren significado en el contexto de un sistema, lo que enfatiza la comprensión profunda y la aplicación de conceptos en situaciones significativas (Becerra & Moya, 2008). En vista que algunos modelos matemáticos son funciones que describen fenómenos del mundo real (Bonacina et al., 2012), los estudiantes pueden aplicar conocimientos matemáticos a situaciones contextualizadas de su experiencia diaria o área de estudio para obtener resultados y conclusiones en escenarios de relevancia para su futura profesión (Gamboa & Borrero, 2016; Díaz, 2003). Es decir, los modelos matemáticos se convierten en una fuente de motivación para conectar las matemáticas con problemas reales fuera del aula (Blomhøj, 2004), mediante actividades que motiven a los estudiantes debido a la cercanía con su experiencia y contexto (Contreras, 2016), que les permita relacionar los conocimientos previos con los actuales para construir un aprendizaje significativo y así romper la desconexión que existe entre la teoría de Cálculo y las aplicaciones de un área específica (Camarena, 2012).

2. Prácticas de evaluación

A menudo las prácticas de evaluación tradicionales en las aulas universitarias no plantean desafíos para promover el aprendizaje significativo, suelen centrarse en la memorización y no fomentan el razonamiento matemático (Ricaldi, 2023; Martínez, 2014). Además, la retroalimentación proporcionada en la mayoría de las ocasiones se limita a la asignación de calificaciones y la corrección de respuestas, en lugar de identificar errores y áreas que necesitan apoyo o profundización para fomentar el desarrollo de competencias matemáticas y el aprendizaje significativo (Gamboa et al., 2019).

Para contrarrestar esas prácticas, la evaluación debe considerar una serie de acciones que permitan determinar si los estudiantes lograron aprendizaje significativo del Cálculo mediante modelos matemáticos contextualizados, para los autores de esta investigación las etapas son:

- Comprensión del modelo: El estudiante explica de forma clara y detallada lo que representa el modelo y cómo se aplica.
- Asimilación matemática: El estudiante identifica y explica todo el proceso necesario para obtener soluciones precisas y significativas en el modelo.
- Aplicación teórica en el modelo: El estudiante puede resolver problemas detalladamente utilizando razonamientos matemáticos de forma correcta.

- Análisis e interpretación de resultados: El estudiante da respuestas claras, concretas, y puede realizar análisis e interpretación de los resultados obtenidos.
- Generalización: El estudiante puede generalizar ideas, presentar ejemplos concretos y novedosos en diversos contextos agropecuarios donde puede aplicar los conocimientos de cálculo adquiridos.

Teniendo en cuenta lo anterior, el objetivo de la investigación consistió en implementar situaciones modeladas y evaluar, mediante los criterios mencionados, si se construyó un aprendizaje significativo del cálculo diferencial.

Materiales y métodos

La investigación se llevó a cabo durante el segundo cuatrimestre de 2023 en la Sede de Atenas de la UTN, específicamente con el grupo 02 del curso ME-003 Cálculo I. Inicialmente, la población estaba compuesta por 23 estudiantes, cuyas edades oscilaban entre los 17 y 33 años, distribuidos en las siguientes carreras: 2 en Contabilidad y Finanzas, 18 en Ingeniería en Sistemas de Producción Animal (ISPA) y 3 en Ingeniería en Tecnología de Alimentos.

A lo largo del cuatrimestre, algunos estudiantes se retiraron del curso y la muestra final correspondió a los 14 estudiantes pertenecientes a la carrera de ISPA. La elección de este grupo se basó en su representatividad dentro del curso y en la relevancia de la carrera en el contexto de las Ciencias Agropecuarias, área en la que la UTN ofrece múltiples programas académicos. Este enfoque permite la posibilidad de extrapolar los resultados a otras carreras afines dentro de la misma área del conocimiento.

Aunque el estudio incorpora gráficos y porcentajes para describir tendencias generales, el enfoque de la investigación es cualitativo. El propósito central no fue medir rendimiento en términos numéricos, sino analizar los procesos de aprendizaje que emergen cuando los estudiantes enfrentan modelos matemáticos contextualizados.

Los instrumentos utilizados permitieron recolectar información de naturaleza cualitativa:

- Guía de observación: registró interacciones, estrategias de resolución, tipos de errores, niveles de argumentación y formas de relacionar el modelo matemático con la práctica profesional.
- Rúbrica de evaluación: describió el desempeño en cinco indicadores de aprendizaje significativo (comprensión del modelo, asimilación matemática, aplicación teórica, análisis–interpretación y generalización). Aunque sus resultados se presentan también mediante porcentajes, la rúbrica genera información categórica y cualitativa sobre la calidad del desempeño.
- Encuestas abiertas: permitieron recuperar percepciones, valoraciones, dificultades y conexiones disciplinares expresadas por los participantes.

La triangulación entre estos insumos posibilitó interpretar cómo los estudiantes construyen significado, cómo evolucionan sus estrategias de resolución y qué elementos de la contextualización favorecen o dificultan el aprendizaje. En ese sentido, los datos numéricos funcionan únicamente como un complemento descriptivo que apoya la interpretación cualitativa de los procesos observados.

La investigación realizada considera un diseño acción educativa, siguiendo las tres etapas propuestas por Restrepo (2004).

Etapa 1: Deconstrucción de la práctica

Esta etapa se enfoca en adaptar lo que se enseña a las necesidades de los estudiantes en su contexto. Para esto, se analizó el programa del curso de Cálculo de la universidad y se realizó una encuesta a los profesores encargados de impartirlo para comprender la metodología que utilizan regularmente, así como los ejemplos y problemas utilizados en clases. Los contenidos del curso se dividen en tres temas principales: Límites y continuidad, cálculo diferencial y cálculo integral. En vista de la gran cantidad de contenido que abarca el curso se eligió centrarse en cálculo diferencial. La figura 1 muestra un esquema resumen de dichos contenidos.

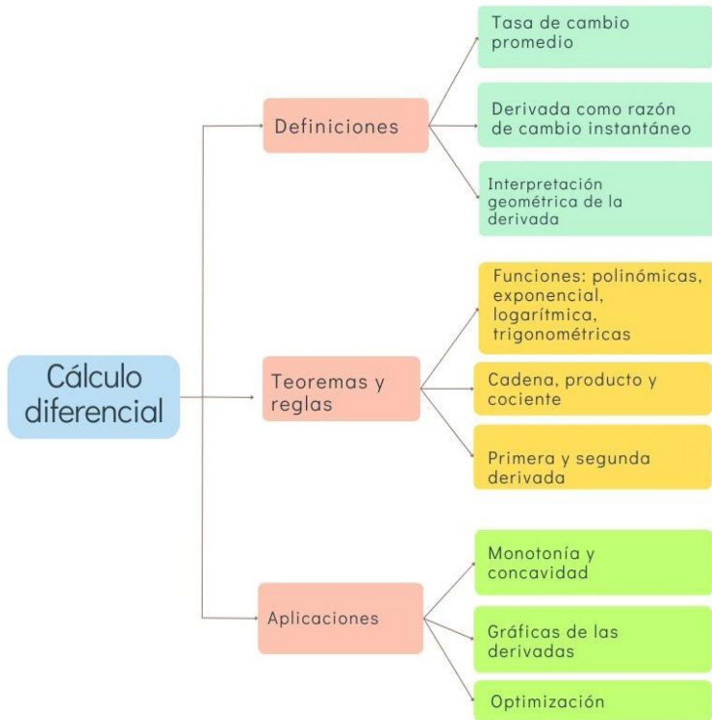

Figura 1. Teoría de cálculo diferencial impartida mediante modelos matemáticos contextualizados
Nota: Elaboración propia.

Una vez delimitado los contenidos, se utilizó el juicio de expertos (Escobar & Cuervo, 2008) para construir y validar una prueba diagnóstica. Los expertos elegidos eran los profesores que regularmente imparten Cálculo I en la sede de Atenas y de acuerdo con su experiencia se decidió indagar sobre los siguientes aspectos:

- Ecuación de una recta: El concepto de derivada se introduce teniendo como base la razón de cambio promedio entre dos puntos y luego concluir que es la razón de cambio instantánea o pendiente de la recta tangente. Por lo tanto, era necesario determinar si los estudiantes pueden encontrar la ecuación de una recta utilizando dos puntos de esta.
- Imagen de una función: Para determinar máximos y mínimos utilizando los puntos críticos, el estudiante debe ser capaz de encontrar la imagen de una función. Se eligió una función polinómica y la multiplicación de una función raíz cuadrada con una exponencial de la forma $f(x) = a^{g(x)}$. Estos tres tipos se analizan en cálculo diferencial.
- Análisis de gráficas: Dentro de las aplicaciones de la derivada, se encuentra determinar la monotonía y concavidades en la gráfica de una función. Entonces era necesario conocer si podían identificar diversos elementos relacionados a esos temas en la representación gráfica de una función.
- Resolución de ecuaciones: Se requiere para encontrar los puntos críticos y de inflexión, se les presentó diversos tipos de ecuaciones como polinomiales, radicales, racionales y exponenciales.
- Resolución de problemas: En cálculo diferencial los estudiantes se enfrentan a ese tipo de situaciones, específicamente en aplicaciones de la derivada. De ahí la importancia de determinar si lograban poner en práctica de forma adecuada la estrategia de comprender, aplicar, resolver e interpretar un problema.

Finalmente, se construyeron diversos instrumentos para la recolección de datos:

- Guía de observación: Para recolectar la información del comportamiento, interacción entre estudiantes y comentarios sobre la aplicación de problemas contextualizados.
- Encuestas: Para conocer la percepción de los estudiantes respecto a la metodología utilizada, el conocimiento de áreas de ciencias agropecuarias, entre otras.
- Rubrica de evaluación: Permitió, en la actividad de clausura, clasificar el desempeño de los estudiantes en 4 niveles: bajo, básico, alto o superior.

Etapa 2: Reconstrucción de la práctica:

En esta etapa se construyeron problemas contextualizados en ciencias agropecuarias mediante modelos matemáticos obtenidos de investigaciones publicadas en revistas científicas, tesis y otros artículos. Los problemas se clasificaron en cinco áreas relacionadas con la agricultura y la ganadería: nutrición animal, producción forrajera, nutrición vegetal (fertilización), edafología (manejo de suelos) y producción animal. Todos los ejemplos fueron revisados y adaptados siguiendo las sugerencias de expertos en: matemática, didáctica de la matemática y ciencias agropecuarias.

Además, se aplicó una encuesta para determinar la percepción de los estudiantes sobre el conocimiento en las áreas de ciencias agropecuarias presentes en los modelos contextualizados. De acuerdo con la figura 2, en producción animal se observa el mayor número de estudiantes que consideran tener un conocimiento alto o muy alto. En las otras áreas, más del 64% de los estudiantes manifiestan tener un conocimiento bajo o muy bajo en cada una de estas. Esto se debe, en gran parte, a que el curso de cálculo se oferta en un nivel temprano dentro del plan de estudios de la carrera de ISPA. Los problemas contextualizados representan un reto para el curso, pues se busca conectar los contenidos del de cálculo diferencial con temas específicos del área o cursos futuros de la carrera.

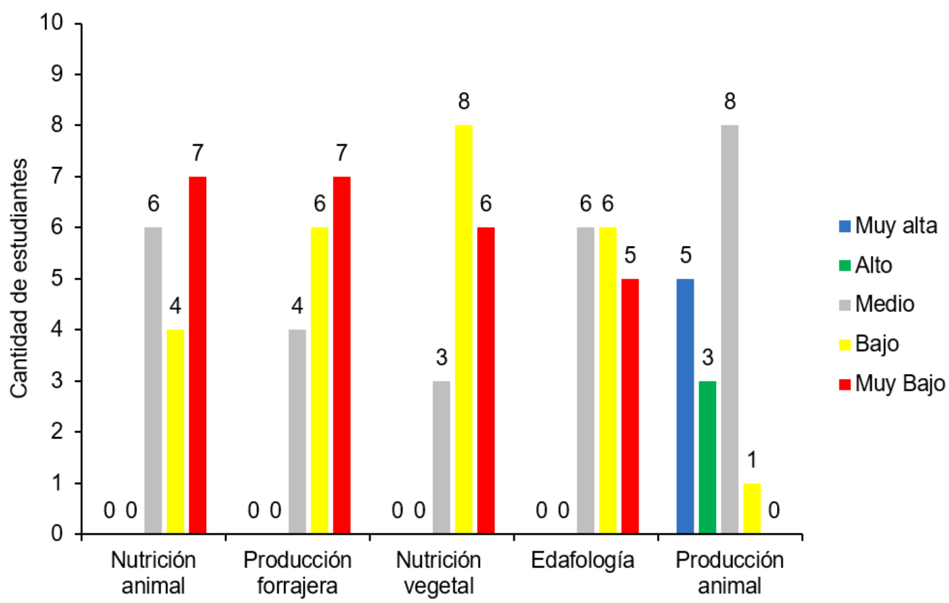

Figura 2. Conocimientos previos de los estudiantes sobre temas de ciencias agropecuarias
Nota: Elaboración propia

Etapa 3: Validación de la efectividad de la práctica

La primera parte consistió en la aplicación de la prueba diagnóstica, la figura 3 muestra que un alto porcentaje de participantes tiene deficiencias en todos los temas incluidos en la prueba diagnóstica.

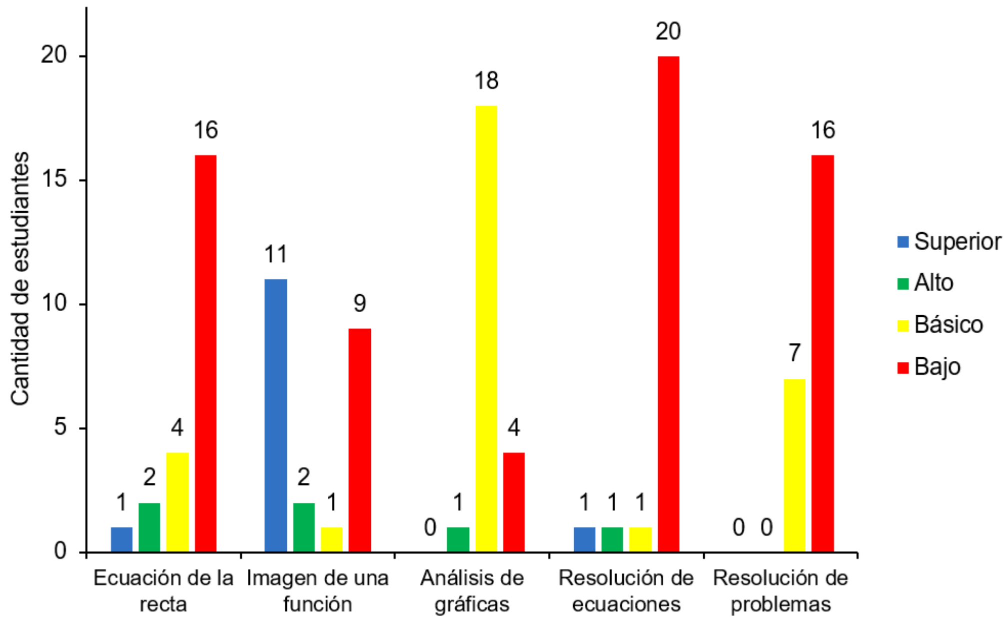

Figura 3. Desempeño de los estudiantes en la prueba diagnóstica.
Nota: Elaboración propia.

En lo referente a determinar la ecuación de una recta, el desconocimiento de la fórmula para la pendiente o su aplicación incorrecta fueron la constante en las respuestas presentadas por los estudiantes, donde casi el 70% desconocían cómo determinar la pendiente utilizando dos puntos de la recta. Estas preguntas eran reveladoras pues constituyen el punto de partida para la posterior interpretación geométrica del concepto de derivada. En el ítem relacionado con imagen de una función se observó un mejor desempeño de los participantes, aunque es un porcentaje bajo, pues solo el 48% brindó la respuesta correcta. En cuanto al análisis de gráficas, se observa que un alto porcentaje de participantes posee conocimientos básicos para identificar e interpretar correctamente la información procedente de la representación gráfica de una función. La resolución de ecuaciones fue el tema donde se tiene el mayor porcentaje de estudiantes con un nivel de desempeño bajo. El ejercicio consistía en resolver una ecuación de cada uno de los siguientes tipos: lineal, cuadrática, racional, radical y exponencial. El 87% pudo resolver sólo una ecuación, en la mayoría de los casos la lineal. En el caso de la resolución de problemas, los 7 estudiantes que se clasificaron con un nivel básico, únicamente pudieron determinar la solución a uno de los dos problemas incluidos en la prueba.

Luego se evaluó la efectividad de la propuesta durante un periodo de 5 semanas, a través de la aplicación en el aula de diversos problemas. En esa etapa los estudiantes utilizaron diferentes herramientas de cálculo diferencial para resolver los problemas contextualizados, se buscó que lo relacionaran con los conocimientos que tenían de su área de estudio y con la aplicación a futuros cursos de su formación académica, además de incentivar la consulta de la información expuesta por el problema para que les permitiera incrementar su conocimiento específico de ciencias agropecuarias. Para promover el aprendizaje significativo, se hizo énfasis en los indicadores anteriormente mencionados como la importancia de comprender el modelo, la elección correcta del algoritmo por aplicar y un análisis de los resultados obtenidos.

En esta etapa hubo tres tipos de participantes que tuvieron diferentes roles para la obtención de los resultados.

- ***Los investigadores:*** Fueron observadores de lo que ocurría en el salón de clases, así como responsables de construir diversos instrumentos para la recolección de datos que permitieran obtener las conclusiones de acuerdo con el objetivo planteado. Los investigadores informaron al docente del curso cuál era la idea de la aplicación de la metodología con los problemas contextualizados, pero no tuvieron una participación directa durante las lecciones ni en la construcción de las evaluaciones sumativas para el curso.

- ***El profesor del curso:*** Impartió las lecciones de los diferentes temas de cálculo diferencial con la metodología que usó para los temas de límites y continuidad, de manera gradual presentó los problemas contextualizados en cada una de las lecciones. Con cada problema, mostró la relación del modelo expuesto para encontrar respuestas a situaciones reales de las ciencias agropecuarias. Al igual que los investigadores que diseñaron los problemas contextualizados, el docente del curso cuenta con formación en enseñanza de la matemática y no en ciencias agropecuarias, por lo cual en ocasiones se apoyó en los conocimientos de los estudiantes para una mejor explicación de los resultados obtenidos y así se dio lugar a una construcción conjunta del conocimiento. En las primeras sesiones guio a los estudiantes sobre cómo podrían resolver los problemas y los invitaba a investigar sobre diversos aspectos que estos presentaban. Su participación más activa se centraba en la revisión del proceso matemático utilizado, dando así mayor libertad a los estudiantes para exponer los resultados.

- ***Los estudiantes:*** Su participación fue más activa en comparación con los temas donde no se aplicaron problemas contextualizados (límites, continuidad y cálculo integral), aportaron información relevante para la comprensión y resolución de las situaciones propuestas, además con el pasar de las sesiones empezaron a relacionar los procesos que estaban realizando con posibles aplicaciones útiles en su formación académica.

Resultados y discusión

Los resultados probaron que la utilización de modelos contextualizados contribuye positivamente en el aprendizaje significativo del cálculo diferencial. De acuerdo con cada etapa se obtuvo:

- **Reconstrucción de la práctica:** En la revisión bibliográfica se evidenció la carencia de material que incluya la modelación matemática del cálculo diferencial aplicada a las ciencias agropecuarias, por lo que se muestran tres ejemplos de los problemas contextualizados para poner en contexto al lector. Cabe destacar que los modelos se pueden adaptar a diferentes tópicos y no solo a los propuestos.

Derivada como razón de cambio, derivada de funciones trigonométricas y regla de la cadena.

El estudio de las curvas de crecimiento del ganado vacuno es necesario porque proporciona información relevante para establecer planes estratégicos para áreas de nutrición, la predicción del crecimiento, el reconocimiento del momento de crecimiento máximo y el momento idea para la venta. Todas estas son variables importantes que contribuyen a la rentabilidad de los sistemas de producción animal (Darmani et al., 2019).

El siguiente modelo permite predecir el peso corporal (kg) para la raza bovina Brown Swiss, de acuerdo con la edad t en meses mediante

$$p(t) = 125.48 + 577.8 \ sin \, sin \left(\frac{2\pi t}{133.65} + 6.15\right)$$

con $1 \leq t \leq 24$

Determine:

1. $p'(t)$
2. ¿Cuál es la tasa de cambio instantánea para $t = 12$ y $t = 18$?
3. ¿Cómo se interpretan los resultados?

Regla del producto y monotonía

Rodríguez et al. (2005) realizaron una investigación en Perú sobre curvas de lactancia, en la cual mencionan:

> Un modelo adecuado sería aquel que permita predecir la producción máxima y el lapso de tiempo para que ella ocurra, la capacidad de mantener la producción durante la fase descendente (persistencia) y la producción total de una campaña estándar de 305 días. (p. 2)

Uno de los modelos para determinar la producción de leche (kg), de acuerdo con los días x con $0 \leq x \leq 305$ corresponde a $y = 20.174x^{0.138}e^{-0.00338x}$

Calcule

1. y'.
2. El punto donde se alcanza el pico de producción.
3. ¿En qué intervalo ocurre la fase descendente?

Regla del cociente, monotonía y concavidad.

En la zona de Santo Domingo de los Tsáchilas, Ecuador se realizó una investigación para definir los niveles críticos de nutrientes en el suelo, así como evaluar las relaciones entre los valores de nutrientes catiónicos disponibles y mejorar el rendimiento. La importancia radica en estimar la biodisponibilidad del suelo y el estado nutricional de las plantas, y sería útil como guía de interpretación del suelo para sugerencias de fertilizantes y enmiendas, según la zona de cultivo. (Quezada et al., 2017, p. 235). Los investigadores realizaron varios modelos para determinar el rendimiento relativo de la planta en porcentaje, de acuerdo con diferentes elementos presentes en el suelo.

Para el azufre (S), se tiene que el rendimiento S(x) de la planta en porcentaje, de acuerdo con la cantidad de (S) en el suelo (mg/dm^3) viene dada por $S(x) = \frac{33.075913 - 0.21702936x}{1 - 0.14183343x + 0.0073639846x^2}$ con $1.4 \leq x \leq 13$.

Determine

1. El punto donde se alcanza el máximo rendimiento de acuerdo con la cantidad de azufre.
2. ¿Cuál es el máximo rendimiento?
3. ¿En qué intervalo el rendimiento decrece?
4. Los intervalos de concavidad ¿Cómo se interpretan dichos intervalos de acuerdo con lo propuesto en el modelo?

- Validación de la efectividad de la práctica: El primer aspecto importante fue el incremento de la habilidad de resolución de problemas por parte de los estudiantes, como se había mostrado anteriormente en los resultados de la prueba diagnóstica (Figura 3) se observó que aproximadamente el 30% de los estudiantes tuvo un desempeño básico y el restante 70% bajo en dicha habilidad. En las primeras clases donde se utilizaron los problemas, los estudiantes en su mayoría, realizaban el siguiente proceso:

1. Intentar derivar la función o modelo matemático que exponía el problema aplicando las reglas que recientemente les habían mostrado en clases.
2. Generar un resultado utilizando algún dato del enunciado del problema aplicado en la derivada.
3. Leer el problema para identificar qué se les preguntaba.
4. Analizar si el resultado obtenido cumplía con lo que se les preguntaba, de ser así entonces concluían que habían obtenido la respuesta.

Sin embargo, con el trascurrir de las semanas y las observaciones realizadas por el docente y los mismos estudiantes, finalizaron realizando el siguiente proceso:

1. Leer el problema para entender qué propone y la pregunta para conocer qué deben averiguar.

2. Observar y analizar el dominio de la función (modelo matemático), para tener presente, por ejemplo, si los puntos críticos que obtenían pertenecían al dominio.
3. Comentaban entre sí cuáles eran los procesos ideales que debían aplicar para poder dar respuesta a lo que se les planteaba.
4. Analizaban los resultados obtenidos para brindar la mejor respuesta posible de acuerdo con lo que planteaba el modelo matemático.
5. En algunos casos, aportaban información extra de ciencias agropecuarias, por ejemplo: los nombres comunes de los conceptos científicos que exponía el problema.

Luego de la prueba parcial, se aplicó la encuesta para conocer la percepción de los estudiantes sobre la metodología utilizada, se consultó a los participantes sobre los siguientes aspectos para el análisis del impacto:

Asp1: La utilización de modelos matemáticos aumentó la dificultad del curso.

Asp2: Conocer la aplicabilidad del cálculo diferencial para mi labor profesional ayuda a la comprensión teórica de los contenidos.

Asp3: Pudo relacionar algún conocimiento previo de su carrera con la teoría de cálculo diferencial.

Asp4: Considera que es posible relacionar algún contenido de cálculo diferencial para aplicarlo en un curso posterior de la carrera.

Asp5: Aprendió algún aspecto que pueda ser útil en su carrera gracias a los modelos matemáticos contextualizados analizados.

Asp6: En términos generales, el aprendizaje de cálculo diferencial se benefició gracias a la utilización de los modelos matemáticos.

La figura 4 muestra los resultados de la valoración asignada a cada pregunta. Se observa que un porcentaje cercano al 80% no percibe un incremento en el nivel de dificultad del curso debido a la inclusión de modelos matemáticos y el restante porcentaje consideró que definitivamente no incrementó la dificultad. La mayoría de los estudiantes, un 70%, expresa que el aprendizaje de cálculo se vio beneficiado gracias a conocer la aplicabilidad dada por los modelos matemáticos, además les fue posible relacionar el contenido de cálculo diferencial para su aplicación en un curso posterior y reconocen haber adquirido un aprendizaje de aspectos relacionados con su carrera gracias a los modelos matemáticos analizados.

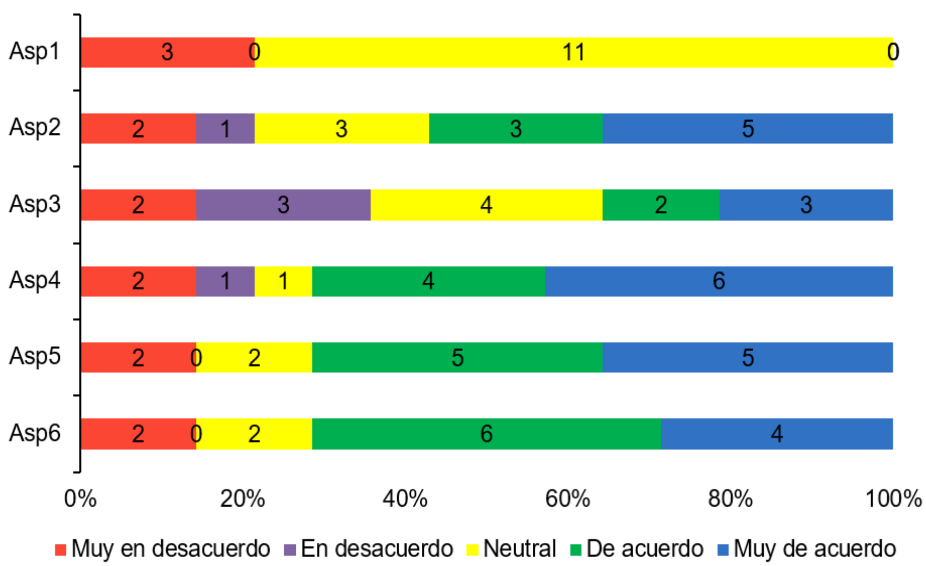

Figura 3. Desempeño de los estudiantes en la prueba diagnóstica.
Nota: Elaboración propia.

Además, se analizó el desenvolvimiento en los dos problemas contextualizados que tenía la prueba parcial. En la figura 5 se observa que los estudiantes alcanzaron un desempeño superior o alto en tres de las etapas propuestas para medir el aprendizaje significativo mediante modelos matemáticos contextualizados. Obtuvieron respectivamente un 73% en asimilación matemática, un 60% en aplicación teórica en el modelo y finalmente 67% en el análisis e interpretación. Esto indica que pudieron resolver el problema de manera correcta, realizaron una interpretación apropiada de la situación planteada y los resultados obtenidos.

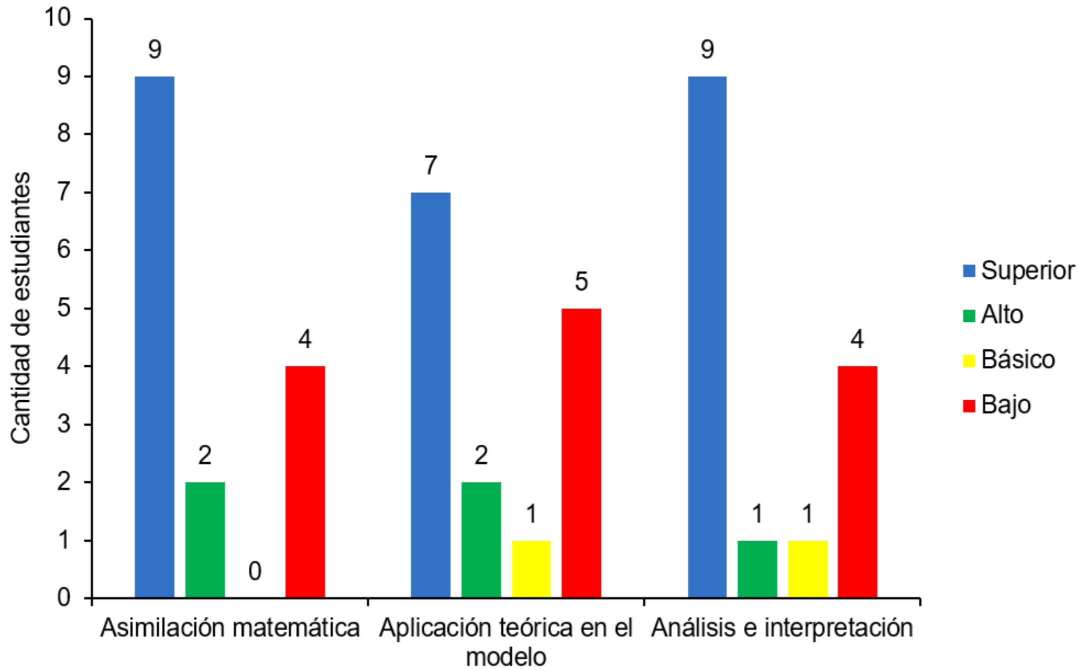

Figura 5. Desempeño de los estudiantes en los problemas de aplicación de la prueba parcial II.
Nota: Elaboración propia.

Para finalizar, se realizó la actividad de clausura no sumativa para medir el aprendizaje significativo. Para ello se les presentó un modelo relacionado con la curva de producción de leche para una raza especifica de ganado, para el cual debían determinar el pico de lactancia y el intervalo de decrecimiento de la producción de leche. Las preguntas para responder fueron:

1. Explique con sus palabras ¿Qué representa el modelo, y cómo se aplica desde su visión profesional?
2. Explique el proceso que debe realizar para resolver la situación planteada.
3. Resuelva el problema planteado.
4. Explique los resultados que obtuvo.
5. Según el caso anterior (o ejemplos vistos en clase), dé al menos 2 ejemplos donde el modelo matemático le permitiría resolver alguna situación aplicada a su perfil profesional.

En la figura 6 se presentan los resultados obtenidos de esta actividad por cada etapa

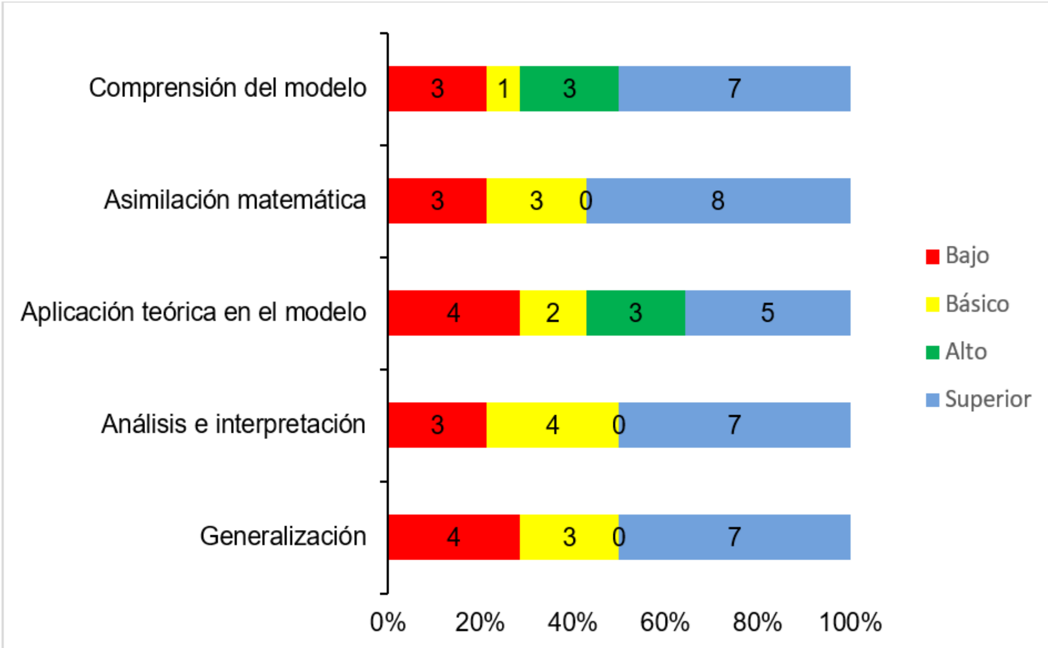

Figura 5. Desempeño de los estudiantes en los problemas de aplicación de la prueba parcial II.
Nota: Elaboración propia.

De acuerdo con cada indicador se tiene el siguiente análisis:

Comprensión del modelo: El 50% de los estudiantes demostraron un desempeño superior, mientras que el 21% clasifican en un nivel alto. Lo que significa que el 71% de los estudiantes muestran comprensión de los datos proporcionados en el contexto del problema y los resultados que logran al resolverlo.

Asimilación matemática: El 57 % de los estudiantes clasifican en un nivel superior, es decir, pueden explicar todos los pasos necesarios para resolver el problema. La relevancia de estos resultados radica en que los estudiantes pueden identificar, entre todos los algoritmos enseñados, cuáles son los apropiados para obtener una respuesta satisfactoria.

Aplicación teórica en el modelo: De manera similar a lo observado en la prueba parcial, la aplicación práctica de la teoría en el modelo o la resolución de un algoritmo matemático muestra el rendimiento más bajo. En este ítem, el 36 % de los estudiantes alcanza un nivel superior y el 21 % un nivel alto, lo que equivale a que el 57 % de los estudiantes demuestran la capacidad de aplicar correctamente el proceso matemático necesario para resolver el problema presentado. Vale la pena señalar que los estudiantes clasificados en el nivel bajo pudieron resolver parte del proceso cometiendo pequeños errores, lo cual es un aspecto común en ejercicios de este tipo.

Análisis e interpretación: El 50% de los estudiantes alcanzó un nivel superior, lo que indica su capacidad para vincular la comprensión del modelo y el análisis de los resultados. Esto les permitió presentar respuestas precisas y exhaustivas a la situación presentada en el problema contextualizado.

Generalización: Esta es la primera vez en el proceso de la investigación en la que se les pide a los estudiantes que proporcionen ejemplos de cómo aplicar la teoría del cálculo. Se observó que el 50% alcanzan un nivel superior en esta habilidad y aunque es una competencia nueva, pueden extrapolar los conocimientos adquiridos en el cálculo diferencial a nuevas situaciones relacionadas con su quehacer profesional, bien sea académico, investigativo o aplicado, pudiendo visualizar nuevas oportunidades en su vida profesional.

Conclusiones

El estudio constató una brecha bibliográfica principalmente a nivel local y regional: en Costa Rica y Centroamérica no se dispone de textos que integren modelos matemáticos contextualizados a las ciencias agropecuarias dentro de los cursos de cálculo. A nivel internacional existe literatura amplia sobre modelación, pero los trabajos específicos que articulan cálculo diferencial con situaciones propias de la producción animal, edafología o nutrición vegetal son escasos o inexistentes, lo que limita la enseñanza disciplinar.

En la prueba diagnóstica los estudiantes exhibieron debilidades en contenidos esenciales para Cálculo I, sobre todo en la resolución de problemas, afectada por su comprensión lectora y por la formulación y solución mismas del problema.

En la práctica de aula se detectó que la destreza más frágil era la aplicación teórica de algoritmos; los errores predominantes se alinean con la tipología de Gamboa et al. (2019) como "debidos a cálculos incorrectos o accidentales y debidos a la ausencia de conocimientos previos" (p. 14).

No obstante, el indicador de aplicación práctica evidenció progresos sostenidos: a medida que avanzaban las sesiones, los estudiantes ganaron competencia para ejecutar procesos matemáticos que al inicio resultaban complejos y la actividad de clausura mostró desempeños altos en las cinco etapas previstas para evaluar la construcción de aprendizaje significativo.

Finalmente, la estrategia permitió vincular el cálculo diferencial con situaciones específicas del programa, reforzando la percepción de relevancia profesional y abriendo una vía para investigaciones futuras en carreras que incluyen el curso de cálculo. Más del 70 % del grupo expresó alta satisfacción con el uso de modelos contextualizados en clases y evaluaciones; incluso dos estudiantes ajenos a la carrera de Producción Animal señalaron que conocer la aplicabilidad del cálculo facilita la comprensión teórica del contenido.

Referencias

Arroyo, G. (2018). Apoyo de entornos virtuales para el curso de Cálculo I. [Tesis de Maestría, Universidad Técnica Nacional]. https://utn.ac.cr/sites/default/files/attachments/cfpte/Arroyo_Gerardo_Informe_Final.pdf

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (Ed). (1995). Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *Grupo Editorial Iberoamericana.* https://repositorio.uniandes.edu.co/server/api/core/bitstreams/b2de6fb2-cfde-47b8-8d54-c56e044cc33e/content#page=105

Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de CEIBA, 1(1-10).

Barquero, B., Bosch, M. y Gascón, J. (2011). Los recorridos de estudio e investigación y la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. *Enseñanza de las ciencias, 29(3), 339-352.* https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/%20247884/353579

Becerra, R. & Moya, A. (2008). Una perspectiva crítica de la evaluación en matemática en la Educación Superior. Sapiens: *Revista Universitaria de Investigación, (9), 35-69.* https://www.redalyc.org/pdf/410/41011135002.pdf

Bonacina, M., Haidar, A. & Teti, C. (2012). *Funciones y modelos matemáticos. Actas de la XI conferencia Argentina de educación matemática. pp. 199-206.* http://funes.uniandes.edu.co/18495/1/Bonacina2012Funciones.pdf

Blomhøj, M. (2004). Modelización matemática - Una teoría para la práctica. *Revista de Educación Matemática, 23(2), 20-35.* https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10419/11120

Camarena, P. (2012). La Matemática en el Contexto de las Ciencias y la modelación. *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática. 10(7), 183-193.* https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/10568/10005

Consejo Nacional de Rectores. (2023). Noveno Estado de la Educación 2023. https://estadonacion.

or.cr/wp-content/uploads/2023/08/EE-2023-Book-DIGITAL.pdf

Contreras, F. (2016). El aprendizaje significativo y su relación con otras estrategias. *Horizonte de la Ciencia. 6(10), 130-140.* https://www.redalyc.org/journal/5709/570960870014/570960870014.pdf

Chacón, E. & Roldán, G. (2021). Factores que inciden sobre el rendimiento académico de los estudiantes de primer ingreso del curso Matemática General del Instituto Tecnológico de Costa Rica. *Uniciencia, 35(1), 265-283.* https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/14473/20244

Darmani, H., Ghavi, N., López S., Falahi S. & France J. (2019). Sinusoidal function to describe the growth curve of dairy heifers. *Animal Production Science, 59(6), 1039-1047.* https://doi.org/10.1071/AN18104

Díaz, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa. 5(2), 1-13.* https://www.scielo.org.mx/pdf/redie/v5n2/v5n2a11.pdf

Escobar, J. & Cuervo, A. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en Medición, 6, 27-36.* https://www.humanas.unal.edu.co/lab_psicometria/application/files/9416/0463/3548/Vol_6._Articulo3_Juicio_de_expertos_27-36.pdf

Gamboa, R., Castillo, M. & Hidalgo, R. (2019). Errores matemáticos de estudiantes que ingresan a la universidad. *Actualidades Investigativas En Educación, 19(1), 31.* https://doi.org/10. 15517/aie.v19i1.35278

Gamboa, M. & Borrero, R. (2016). Influencia de la contextualización didáctica en la coherencia curricular del proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores. VI(1), 1-31.* https://dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/243/657

García, C. & Román, M. (2021). Costos de la reprobación en las universidades públicas de Costa Rica. https://repositorio.conare.ac.cr/bitstream/handle/20.500.12337/8167/Garcia_C_Costos_reprobacion_universidades_publicas_CR_2021.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Hidalgo, R., Gamboa, R. & Castillo, M. (2019). Deserción y reprobación, desde el enfoque del estudiantado en la educación superior, en el curso de Matemática General. *Comunicación, 28(2), 17-37.* https://doi.org/10.18845/rc.v28i2-2019.4926

Martínez, O. J. (2014). Sistema de creencias acerca de la matemática. *Actualidades Investigativas en Educación, 14(3), 1-28.* https://doi.org/10.15517/aie.v14i3.16130

Moreira, M. A. (2012). ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? *Qurriculum. 25, 29-56.* https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/10652/Q_25_%282012%29_02.pdf?sequen

Moreira, P. (2019). El aprendizaje significativo y su rol en el desarrollo social y cognitivo de los adolescentes. ReHuSo: *Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales, 4(2), 1-12.* https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Rehuso/article/view/2124/2245

Quezada, C., Carrillo, M., Morales, F. & Carrillo, R. (2017). Nutrient critical levels and availability in soils cultivated with peach palm (Bactris gasipaes Kunth.) in Santo Domingo de Los Tsáchilas, Ecuador. *Acta Agronómica, 66(2), 235-240.* https://revistas.unal.edu.co/index.php/acta_agronomica/article/view/55026/57818

Restrepo, B. (2004). La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. *Educación y educadores. 7, 4.* https://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/548/641

Ricaldi, M. L. (2023). Formación didáctica y evaluación de los aprendizajes en docentes de matemática. *Revista Sociedad & Tecnología, 6(3), 364-377.* https://doi.org/10.51247/st.v6i3.383

Rodríguez, L., Ara, M., Huamán, H. & Echevarría, L. (2005). Modelos de ajuste para curvas de lactación de vacas en crianza intensiva en la cuenca de Lima. *Inv Vet Perú, 16(1), 1-12.* http://www.scielo.org.pe/pdf/rivep/v16n1/a01v16n1

Toledo, J., & Vera, M. (2021). Aprendizaje significativo matemático basado en la educación emocional. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonía, 9(17), 257–275.* https://doi.org/10.35381/r.k.v9i17.3218

Universidad de Costa Rica. (2023). Informe Examen de Diagnóstico en Matemática 2023. https://www.emate.ucr.ac.cr/sites/default/files/2023-09/An%C3%A1lisis%20DIMA%202023_para%20Direcci%C3%B3n%20Mate.pdf

Valero, N. & González, J. L. (2020). Análisis comparativo entre la enseñanza tradicional matemática y el método *ABN en Educación Infantil. Edema 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 9(1), 40-61.* https://doi.org/10.24197/edmain.1.2020.40-61