

## Breve introducción al estudio Raman de partículas cargadas

Brief introduction to Raman study of charged particles

Ph.D. Cristian Andrés Aguirre-Tellez<sup>1</sup>, Ph.D. Quesle Martins<sup>2</sup>, Ph.D. José José Barba-Ortega<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, Orcid: <http://orcid.org/0000-0001-8064-6351>, Email: [cristiam@fisica.ufmt.br](mailto:cristiam@fisica.ufmt.br)

<sup>2</sup>Departamento de Física, Universidade Federal de Rondônia, Ji-Paraná - Brasil, Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-1315-2164>, Email: [quesle@fisica.ufmt.br](mailto:quesle@fisica.ufmt.br)

<sup>3</sup>Grupo de Física Mesoscópica, Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, Orcid: <http://orcid.org/0000-0003-3415-1811>, Email: [jjbarbao@unal.edu.co](mailto:jjbarbao@unal.edu.co)

<sup>4</sup>Materials Science and Technology Research Group, Foundation of Researchers in Science and Technology of Materials, Bucaramanga, Colombia, Orcid: <http://orcid.org/0000-0003-3415-1811>, Email: [josej-barba@foristom.org](mailto:josej-barba@foristom.org)

Cómo citar: C. A. Aguirre, Q. Martins y J. J. Barba, "Breve introducción al estudio Raman de partículas cargadas", *Rev. Ingenio*, vol. 20(1), pp. 1-7, n° 1, 2023, doi: <https://doi.org/10.22463/2011642X.3308>

Fecha de recibido: 15 de marzo de 2022  
Fecha aprobación: 26 de agosto de 2022

### RESUMEN

#### Palabras clave:

Sistema clásico, Campo electromagnético, Sistema cuántico, Espectroscopia Raman

Se propone un desarrollo analítico para determinar la solución de las ecuaciones en movimiento de una partícula cargada bajo la influencia de un campo eléctrico. En la propuesta se utilizan las ventajas y propiedades de la transformación de Laplace para mapear un sistema de  $N$  ecuaciones diferenciales no homogéneas de segundo orden en un sistema compuesto por  $N$  ecuaciones lineales. A partir de la solución más general para la dinámica del sistema, se estudian algunos casos particulares para recuperar, de forma sencilla, los resultados presentes en la literatura. Para motivar el estudio, se utiliza el teorema de Ehrenfest y se discute cómo los resultados clásicos pueden interpretarse en su versión cuántica.

### ABSTRACT

#### Keywords:

Classic System, Electromagnetic field, Quantum system, Raman spectroscopy

An analytical development is proposed to determine the solution of the motion equations of a charged particle under the influence of an electric field. In the proposal, the advantages and properties of Laplace's transformation are used to map a system of  $N$  second-order non-homogeneous differential equations into a system composed of  $N$  linear equations. From the most general solution for the dynamics of the system, some particular cases were studied to recover, in a simple way, the results present in the literature. To motivate the study, Ehrenfest's theorem is used and we discuss how the classical results can be interpreted in their quantum version.

## 1. Introducción

Hace una década que se celebró el centenario Premio Nobel de Física por el descubrimiento del efecto Raman, concedido a Sir Chandrasekhara Venkata Raman [1]. Todavía es poco conocido y quizás por ello poco difundido en el ámbito académico. Este trabajo se presenta como un esfuerzo para introducir el tema a profesores y estudiantes de las diversas áreas de las ciencias exactas y permitir la discusión teórica de este importante fenómeno físico.

El efecto Raman puede considerarse un tema de la física contemporánea de relativa complejidad en su formulación matemática ya que para su correcta comprensión es necesario conocer conceptos específicos de la física cuántica. Por otro lado, se puede adoptar un enfoque clásico para introducir y comprender el fenómeno. Tal enfoque parte de la comprensión de los fenómenos oscilatorios, que aparecen

a lo largo de la vida académica y se familiarizan en las más diversas aplicaciones. Así, por ejemplo, los estudiantes de segundo año de licenciatura, en general, ya tienen contacto con ecuaciones en movimiento, ondas mecánicas y electromagnéticas, ecuaciones diferenciales, diferenciación y anti-diferenciación y en periodos posteriores se familiarizan con conceptos de física cuántica. Desgraciadamente, la exigencia experimental del fenómeno puede ser un factor limitante a la hora de exponer el tema; ya que, desde el punto de vista experimental, se requieren laboratorios con una elevada inversión económica para abordar la materia.

Quizá por eso el tema no se aborda muy a menudo ni con la debida profundidad en las disciplinas físicas de los cursos de física, química o ingeniería de la inmensa mayoría de las universidades. Nuestro objetivo es mostrar que existe una forma relativamente sencilla de introducir

#### Autor para correspondencia

Correo electrónico: [cristiam@fisica.ufmt.br](mailto:cristiam@fisica.ufmt.br) (Cristian Andrés Aguirre Tellez)

La revisión por pares es responsabilidad de la Universidad Francisco de Paula Santander Ocaña  
Artículo bajo la licencia CC BY-NC (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.es>)



el problema del efecto Raman y obtener sus principales características, sin recurrir a requisitos experimentales ni a las profundas formulaciones de las matemáticas avanzadas. Desde esta perspectiva, un punto de partida importante se basa en conocer la generalización del oscilador armónico, posibilitando así la comprensión y descripción clásica del fenómeno, de forma cualitativa, permitiendo al estudiante un contacto más profundo con la naturaleza oscilatoria del fenómeno. Esperamos que este texto sirva de base para el profesor que quiera abordar el tema de la espectroscopia Raman con cierta profundidad, deduciendo matemáticamente propiedades importantes del fenómeno, dando así una base teórica razonable al alumno que quiera continuar con la investigación en el área. Los únicos prerrequisitos necesarios para entender este desarrollo son que el alumno ya haya tomado un curso de ondas, electromagnetismo básico, y una base sobre ecuaciones diferenciales.

En los siguientes apartados de nuestro trabajo, en la segunda sección, haremos una breve presentación de lo que es la espectroscopia. En la sección 2, nos ocuparemos de presentar una breve historia del desarrollo del efecto Raman desde 1928 y sus implicaciones en el ámbito científico. En la sección 3 analizaremos la descripción de la formulación clásica para explicar el fenómeno. Finalmente, en la sección 4, mostraremos cómo el tratamiento clásico puede proporcionarnos información importante sobre la dinámica de un haz de partículas cargadas.

## 2. Espectroscopia Raman

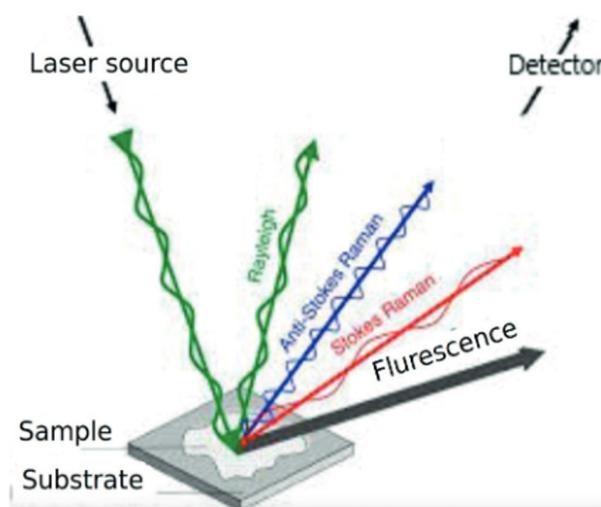
La espectroscopia Raman es una técnica asociada a la dispersión electromagnética de los átomos de una muestra, ya sea líquida, gaseosa o sólida [1-5]. El fenómeno, tal y como se conoce hoy en día, se propuso inicialmente a principios de la década de 1920, perfeccionándose con las implicaciones teóricas de Smekal en 1923 [2]. Las comprobaciones experimentales sugirieron que ciertos materiales al ser irradiados con luz eran capaces de dispersar la radiación de forma difusa y dicha radiación dispersada presentaba un cambio clásico de la radiación incidente sobre la muestra (Fig.1). En 1928 las publicaciones "A New Radiation" [3], y "A New Type of Secondary Radiation" [4], fueron las responsables de la comprensión del fenómeno que pronto se conoció como efecto Raman en homenaje a su descubrimiento. Dos años más tarde, los hechos experimentales estaban fuera de toda duda y en 1930 se concedió el Premio Nobel de Física a Sir Chandrasekhara Venkata Raman por sus trabajos sobre la dispersión de la luz y el descubrimiento del efecto que lleva su nombre.

Incluso después de la visibilidad proporcionada por un Premio Nobel, la espectroscopia Raman presentó grandes limitaciones en los años siguientes, precisamente porque era una técnica que requería la obtención de una buena e intensa fuente de luz monocromática (En el efecto Raman,

la radiación incidente es de luz monocromática, es decir, luz con una única longitud de onda.), algo difícil de obtener antes de la llegada del láser en la década de 1960. Con el descubrimiento del láser y su uso adecuado, la espectroscopia Raman comenzó a ofrecer espectros de muestras sólidas con alta calidad y resolución, haciéndola aplicable en las más diversas áreas y campos científicos [6].

Siendo una técnica muy poderosa en la investigación de contrapartes moleculares, se ha convertido en una de las principales técnicas no destructivas en el análisis físico-químico de compuestos orgánicos e inorgánicos, destacándose en la investigación de sistemas biológicos. Este destaque se debe a las ventajas que incluyen el requerimiento de muestras pequeñas, la posibilidad de analizar gases y sólidos, y ser fácilmente aplicada al análisis de soluciones acuosas [7]. Entre las diversas aplicaciones de la espectroscopia Raman, tenemos: aplicaciones biomédicas [8-13], farmacéuticas [14,15], arqueometría [16,17], nanotecnología [18,19], materiales cerámicos [20], polímeros [21], materiales extraterrestres [22,23], y aplicaciones forenses [24,25]. En la actualidad, más que consolidada en el ámbito científico, la espectroscopia Raman está bien fundamentada y para un estudio más profundo se pueden consultar algunos autores [26-30].

La dispersión observada no es más que la dispersión de la luz por el material. El efecto Raman sólo se caracteriza por dispersiones en las que se producen cambios en la frecuencia de la radiación dispersada con respecto a la radiación incidente; en caso contrario, el fenómeno se conoce como dispersión Rayleigh. La dispersión Rayleigh es una dispersión elástica, mientras que el efecto Raman se define por una dispersión inelástica (figura 1).



**Figura 1.** Representación de la dispersión de la luz monocromática. La dispersión Raman presenta a la luz dispersada como diferentes longitudes de onda (trazo azul y rojo).

En general, cuando hablamos de espectroscopia óptica, nos referimos a alguna técnica experimental que utiliza una fuente de luz para obtener información sobre un determinado material a estudiar. Dichas técnicas permiten obtener información sobre la estructura molecular, los niveles de energía, los enlaces atómicos, etc. El tipo de espectroscopia puede diferenciarse en función del rango de radiación electromagnética utilizado en un determinado procedimiento. Así, conocer la naturaleza del espectro electromagnético es de gran importancia a la hora de especificar contenidos en espectroscopia. En la figura 2, tenemos una representación para el espectro visible en la región ultravioleta 400 nm hasta la región infrarroja 700 nm [31].

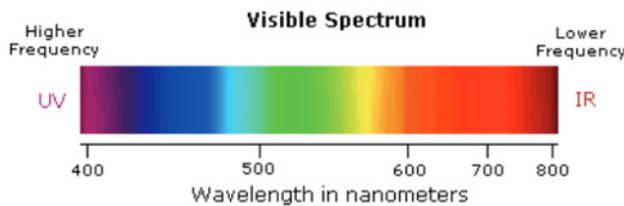


Figura 2. Espectro electromagnético en la región visible

En casos como la espectroscopia infrarroja y Raman, se utiliza radiación monocromática en el visible. Según la región espectral, las transiciones observadas dependen del tipo de niveles: electrónico, vibracional o rotacional.

### 3. Tratamiento clásico

En esta sección, describiremos el tratamiento clásico de la característica principal asociada a la dinámica de una molécula sometida a la incidencia de campos eléctricos  $E$  monocromáticos. En este contexto, tratamos directamente un fenómeno oscilatorio forzado, que puede iniciarse con las objeciones del oscilador armónico clásico. Para que esto ocurra de forma natural y correcta, debemos entender el concepto de polarización  $P$  y polarizabilidad molecular  $\alpha$  [32] que surgen de forma natural en el desarrollo de las ecuaciones. Los parámetros importantes son la longitud de onda  $\lambda$  y la frecuencia  $\nu$ .

Cuando un haz de luz incide sobre un determinado material, que contiene un conjunto de átomos unidos entre sí por fuerzas de naturaleza eléctrica, las partículas de luz (fotones) interactúan con él, colisionando con las moléculas de la muestra. A partir de esta interacción se produce una respuesta al estímulo dado, es decir, la luz incidente será en parte absorbida, en parte transmitida y una pequeña fracción de la luz será dispersada en todas direcciones [6]. En cuanto a la luz dispersada, si tiene la misma longitud de onda que la luz incidente, no hay intercambio de energía entre el fotón y la molécula y, en consecuencia, tendrá la misma frecuencia  $\nu(0)$  de incidencia. Se trata de la dispersión elástica o dispersión de Rayleigh (un homenaje a Lord Rayleigh, que

estudió este fenómeno y demostró que es el responsable del color azulado del cielo).

También existe el caso en el que la luz dispersada  $\nu$  no tiene la misma frecuencia que la luz incidente  $\nu(0)$ , es decir, algunos fotones pueden excitar un modo de vibración de la molécula (o varios modos), perdiendo o ganando energía en el proceso. Esta dispersión se conoce como dispersión inelástica, en la que la molécula comienza a vibrar debido a la interacción fotón-materia, cambiando la longitud de onda (y la frecuencia) de la onda luminosa dispersada respecto al incidente. Esta simple modificación de su energía es la base del llamado efecto Raman. En términos de energía, el proceso descrito puede presentarse de la siguiente manera:

$$\Delta E = \hbar\omega_s = \hbar(\omega_0 - \omega) \quad (1)$$

Donde  $\omega = 2\pi\nu$ . Así, la frecuencia de la luz dispersa puede ser menor o mayor que la frecuencia de la luz incidente, es decir, cuando  $\nu$ , es menor que  $\nu(0)$ , la radiación dispersa se denomina radiación Stokes (ecuación 1), en caso contrario  $\nu > \nu(0)$ , la radiación se denomina anti-Stokes (ecuación 2):

$$\hbar\omega_{as} = \hbar(\omega_0 + \omega) \quad (2)$$

#### 3.1 Ecuaciones en movimiento oscilatorio

Se parte del concepto de onda incidente, caracterizada por una frecuencia  $\nu$  y un campo eléctrico oscilatorio  $E$ , cuando el campo eléctrico interactúa con la nube electrónica de átomos de la molécula, induce un momento dipolar (figura 3) dado por:

$$P_\omega = \alpha_\omega E = \alpha_\omega E_0 e^{-i\omega t} \quad (3)$$

Comprender cómo la polarizabilidad es una constante asociada a la medida de la deformación del enlace molecular bajo la acción de un campo eléctrico incidente (ecuación 3).

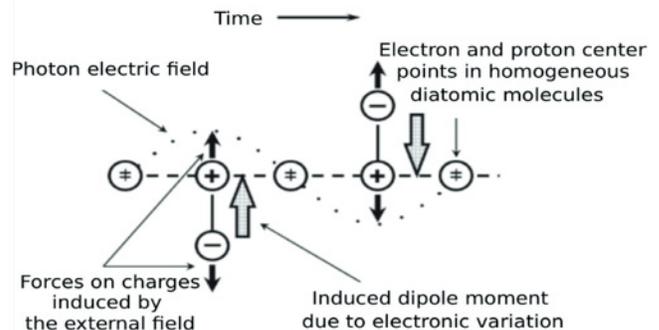


Figura 3. Acción del campo eléctrico en la formación del momento dipolar inducido. Fuente [11].

Dado que existe una variación de  $\alpha$  relativa a la distancia  $r$  entre núcleos atómicos, podemos sugerir que una coordenada generalizada  $q$  es la expansión de  $\alpha$  en la forma:

$$f(x) = f(0) + f'(1) + f'(2) + \dots \quad (4)$$

$$\alpha = \alpha_0 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 \quad (5)$$

Donde  $\alpha_0$  es la polarizabilidad del enlace en la distancia entre los núcleos de equilibrio  $q_0$  y la separación para cualquier instante dada por  $q$ . De este modo, tenemos que la variación internuclear está dada por la frecuencia de vibración  $\nu$  que viene dada por:

$$q = q_0 \cos((2\pi\nu t)) \quad (6)$$

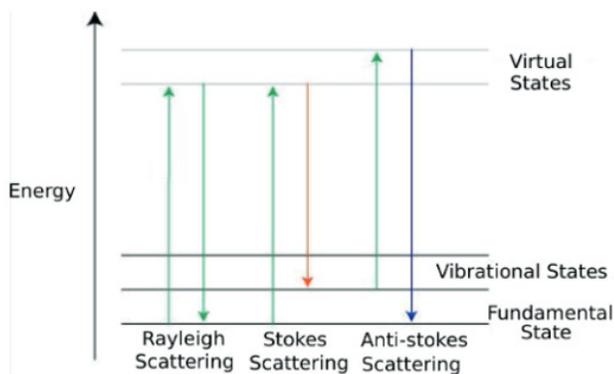
Aquí  $q_0$  es la máxima separación internuclear relativa a la posición de equilibrio. Por lo tanto, juntando las ecuaciones 4 a la ecuación 6, haciendo las posibles distribuciones tendremos:

$$\alpha = \alpha_0 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 \cos((2\pi\nu t)) \quad (7)$$

La ecuación 7, se puede sustituir en la ecuación 3, por lo que tenemos

$$P = \alpha_0 E_0 \cos((2\pi\nu_0 t)) + \frac{q_0}{2} E_0 \left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 [\cos\{2\pi t(\nu + \nu_0)\} + \cos\{2\pi t(\nu_0 - \nu)\}] \quad (8)$$

Tenemos que el primer término de la ecuación 8, representa la dispersión Rayleigh, transcurrida desde la frecuencia  $\nu_0$ .



**Figura 4.** Configuración de las transiciones de energía en la dispersión Raman.

El segundo y tercer término corresponden a la dispersión Raman, siendo respectivamente el anti-Stokes y el Stokes para las frecuencias  $\nu+\nu_0$  y  $\nu_0-\nu$ . En la figura 4, hay una frecuencia dispersada menor que la frecuencia incidente (dispersión de Stokes) y otra con una frecuencia dispersada mayor, llamada dispersión anti-Stokes [27]. Nótese también que la dispersión Raman requiere que la polarizabilidad de un enlace varíe en función de la distancia [31] - es decir

$(\partial\alpha/\partial q)_0$  en la ecuación 9 debe estar en cero para que aparezcan líneas Raman.

#### 4. Tratamiento cuántico

Nuestro sistema cuántico tiene un logro clásico como referencia para el sistema armónico oscilatorio que se discutió anteriormente en la sección 3. Lo que haremos aquí no es más y que una aproximación buscando describir la dinámica de un haz de partículas cuya dinámica térmica de cada partícula que constituye el sistema dada por la ecuación de Schrodinger en la forma:

$$-\frac{\hbar}{2\mu} \frac{d^2}{dq^2} \psi(q) + \frac{1}{2}(kq)^2 \psi(q) = E\psi(q) \quad (9)$$

Clásicamente, la absorción de la radiación por un sistema se debe a la variación periódica de su momento dipolar eléctrico. Esta frecuencia de absorción es idéntica a la frecuencia de oscilación del dipolo. Vemos que la polarizabilidad se origina a partir del momento dipolar inducido. En un sistema cuántico, las transiciones entre dos estados se caracterizan por las funciones de onda  $\psi_m$  y  $\psi_n$ . Estas funciones resuelven un obstáculo clásico en la solución que describe las líneas de efecto Raman. Conociendo la naturaleza de la ecuación 4 para la polarizabilidad, tenemos:

$$P_i = \alpha_{ij} E_j \quad (10)$$

La ecuación 10 nos muestra que  $\alpha_{ij}$ , un tensor Raman, que es una matriz  $3 \times 3$  que correlaciona el vector eléctrico  $x_1, y_1, z_1$ , de la radiación excitante con el vector eléctrico  $x_2, y_2, z_2$  de la radiación Raman dispersa.

Es importante señalar que el argumento del tensor de polarizabilidad podría surgir de forma natural en un caso clásico de sistemas eléctricos en los que intervienen grupos moleculares, tal y como se desarrolla en la sección 3. En este caso, como las soluciones del modelo cuántico están estrechamente ligadas a los efectos del tensor Raman, optamos por mostrarlo en esta sección. Un ejemplo de ello es la asociación entre el tensor Raman y las funciones  $\psi_m$  y  $\psi_n$  que se muestra a continuación.

$$(\alpha_{ij})_{mn} = \int \psi_m(\alpha_{ij})\psi_n d\tau \quad (11)$$

Los componentes  $\alpha_{ij}$  forman un tensor simétrico en el efecto Raman [33], así:

$$(\alpha_{ij})_{mn} = (\alpha_{ij})_0 \int \psi_m \psi_n d\tau + \left(\frac{\partial\alpha_{ij}}{\partial q}\right)_0 \int \psi_m \psi_n d\tau \quad (12)$$

En la dispersión Stokes y anti-Stokes, los estados vibracionales  $m$  y  $n$  son diferentes y la primera integral del segundo miembro es siempre igual a cero, debido a la ortogonalidad entre  $\psi_m$  y  $\psi_n$ .

La regla de selección  $\Delta V = \pm 1$  puede comprenderse comprobando la solución de la ecuación:

$$\frac{d^2\psi}{dq^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left( E - \frac{kq^2}{2} \right) \psi = 0 \quad (13)$$

Dadas las condiciones físicas necesarias de  $\psi(q)$  cuyo desarrollo sugiere una solución del tipo:

$$\psi(q) = Ae^{-\alpha q^2/2} \quad (14)$$

La solución 14 comprobada en la ecuación 13 nos da:

$$\frac{d^2H}{dq^2} - 2q \frac{dH}{dq} + (\delta - 1)H = 0 \quad (15)$$

que se denomina ecuación de Hermite. Sus soluciones deben cumplir los requisitos de  $\psi(q)$ . Tras el desarrollo de la ecuación (15) llegamos a:

$$E = \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{k}{\mu}} = \frac{1}{2} \hbar \nu \quad (16)$$

La ecuación 16 da los valores propios  $E$  del oscilador armónico cuántico. En este caso, si la energía tiene este valor de la ecuación 14 satisface la ecuación 15. En la ecuación 16 tenemos la energía del llamado estado básico  $\psi_0$ . Se pueden admitir energías para estados excitados  $\psi_\nu$  (más energéticos) ya que  $\psi(q) \rightarrow \psi_\nu(q)$ , donde  $\nu$  es un número cuántico.

$$\psi_\nu(q) = N_\nu \cdot H_\nu(\sqrt{\alpha}q) e^{-\alpha q^2/2} \quad (17)$$

Es importante destacar la naturalidad de los polinomios de Hermite. Aparece el  $H_\nu$ , que es una función añadida para obtener soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden. Los distintos niveles de energía quedan entonces definidos por el número cuántico  $V$ . Esta diferencia entre niveles de energía está igualmente espaciada por una diferencia  $\Delta V$ . La figura 5 muestra las funciones de onda del oscilador armónico descrito por la ecuación 16 ya normalizadas.

En la dispersión de Stokes Raman, la molécula en el estado fundamental colisiona con el fotón de energía  $\hbar\nu_0$  pasando a un estado intermedio. Luego decae a un estado excitado de energía  $e\nu$ . En la dispersión Raman anti-Stokes el fotón choca con la molécula en un estado excitado y después de la interacción, la molécula decae al estado básico. Este hecho se puede comparar si observamos la figura 4.

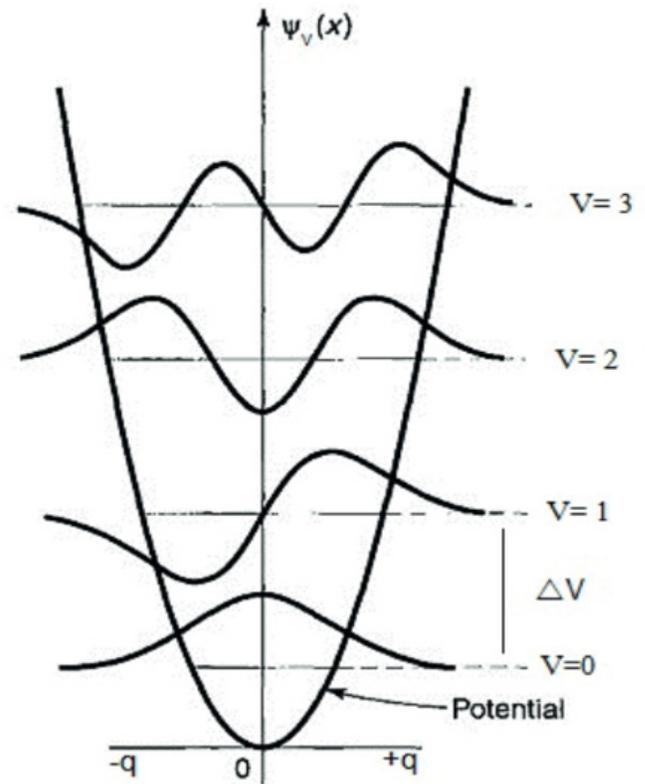


Figura 5. Función potencial para diferentes  $\psi_\nu$ .

Finalmente, como ejemplo en otras áreas de la física, se pueden obtener ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales no lineales para explicar el modelo cuántico, por ejemplo, expresado por el Landau dependiente del tiempo de Ginzburg, obtenido por simulación computacional en dos y tres dimensiones [34-37].

## 5. Conclusiones

A partir de la transformada de Laplace estudiamos el caso más general de la dinámica de una partícula sujeta a la interacción con campos eléctricos y magnéticos estáticos. Utilizando la definición y propiedades de la transformada de Laplace, mostramos cómo mapear el problema de resolver un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias a un problema de encontrar la solución de un sistema de ecuaciones lineales de primer grado. Con esto, encontramos la solución más general posible de la ecuación de movimiento que gobierna la dinámica del sistema en términos de las componentes de los campos electromagnéticos a partir de la solución general, mostramos cómo obtener la solución de tres casos particulares cuya importancia y aplicabilidad exceden el punto de vista didáctico. Finalmente, motivamos nuestro estudio haciendo el tratamiento cuántico del sistema estudiado, donde consideramos un haz de partículas cargadas sin espín. En este contexto, mostramos que la curva

parametrizada del valor esperado (en promedio) del vector posición de una partícula del haz en función del tiempo se corresponde con aquella curva asociada a su análogo clásico.

## 6. Agradecimientos

Q. S. Martins agradece a las agencias brasileñas FAPERO/CAPES, nº 008/2018 por el apoyo financiero.

## 7. Referencias

- [1] C. V. Raman, K. S. Krishnan, "A new class of spectra due to secondary radiation", *Indian Journal of Physics*, vol. 2, pp. 399-419, July 2012.
- [2] A. Smekal, "Zur Quantentheorie der ispersion", vol. 11, pp. 873-875, October 1923.
- [3] C. V. Raman, K.S. Krishnan, "A new Radiation", *Indian Journal of Physics*, vol 2, pp. 387-398. June, 1928.
- [4] C. V. Raman, K. S. Krishnan, "A new type of secondary radiation," *Nature*. Vol. 121, pp. 501-502, March 1928.
- [5] A. F. Silva, "Caracterizacáo espectroscópica de base de Schiff C18H17N3O investigada por cálculos DFT e espectroscopia vibracional." Dissertacáo de Mestrado. Cuiabá, Brasil, 2013.
- [6] J. C. Ramos, "Espectroscopia Raman y sus aplicaciones". *Optica Pura y aplicada*, vol. 46, no. 1, pp. 83-95, July 2013.
- [7] James J. Bohning, "The Raman effect" *American Chemical Society*, Jadavpur, Calcutta, December 1998.
- [8] P. Casper, G. Lucassen, R Wolthuis, H. Bruining, G. Puppels, "In vitro and in vivo Raman spectroscopy of human skin". *Biospectroscopy*, vol. 4, no. 31, January 1998. Doi: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1520-6343\(1998\)4:5+3.0.CO;2-M](https://doi.org/10.1002/(SICI)1520-6343(1998)4:5+3.0.CO;2-M)
- [9] A. Villanueva-Luna, J. Castro-Ramos, S. Vazquez-Montiel, A. Flores Gil, J. A. Delgado-Atencio. "Comparison of different kinds of skin using Raman spectroscopy". *Optical Diagnostics and Sensing X: Toward Point-of-Care Diagnostics*, vol. 7572, no. 75720M, February 2010. Doi: <https://doi.org/10.1117/12.842843>
- [10] K. Golcuka, G. Mandair, A. F. Callender. N. Sahar. D. Kohn, M. Morris, "Is photobleaching necessary for Raman imaging of bone tissue using a green laser" *Biochimica et Biophysica Acta (BBA) – Biomembranes*, vol 1758, no. 7, pp. 868-873, July 2006. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.bbmem.2006.02.022>
- [11] M. D. Morris W. F. Finney, R. M. Rajachar, D. H. Kohn, "Bone tissue ultrastructural response to elastic deformation probed by Raman spectroscopy". *Faraday Discussions*, vol. 126, pp. 159-168, November 2003. Doi: <https://doi.org/10.1039/b304905a>
- [12] N. Ismail, "Raman spectroscopy with an integrated arrayed-waveguide grating". *Optical Letters*, vol. 36, no. 23, pp. 4629-4631, April 2011. Doi: <https://doi.org/10.1364/OL.36.004629>
- [13] P. G. Spizziri, N. Cochrane, S. Praver E. Reynold, "A comparative study of carbonate determination in human teeth using Raman spectroscopy", *Caries Res.*, vol 46, pp. 353-360, July 2012. Doi: <https://doi.org/10.1159/000337398>
- [14] P. Matousek, M. D. Morris (Edts), "Emerging Raman applications and techniques in biomedical and pharmaceutical fields". P. Matousek, M. D. Morris Edts, Springer, New York, 2010.
- [15] T. De Beer, A. Burggraef, M. Fonteyne, L. Saerens, J.P. Remon, C. Vervaet, "Near infrared and Raman spectroscopy for the in-process monitoring of pharmaceutical production processes", *International Journal of Pharmaceutics*, vol. 417, no.1, pp. 32-47, December 2010. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijpharm.2010.12.012>
- [16] R. P. Freitas, "Aplicacões de técnicas nucleares e espectroscopia molecular em arqueometria". Tese Doutorado, Engenharia Nuclear, UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.
- [17] C. Calza, "Desenvolvimento de sistema portátil de fluorescência de raios X com aplicacões na arqueometria". Tese Doutorado, Engenharia Nuclear, UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2007.
- [18] M. Amer, "Raman spectroscopy, fullerenes and nanotechnology". *Royal Society of Chemistry*, Cambridge, 2010.
- [19] V. N. Popov, P. Lambin, "Carbon nanotubes: from basic research to nanotechnology", Springer, Dordrecht 2006.
- [20] J. H. Robin, M. L. C. Clark, Catarina Lagarana, "Raman Microscopy: The identification of lapis lazuli on medieval pottery from the south Italy", *Spectrochimica Acta Part. A*, vol. 53, pp. 597, July 1997. Doi: [https://doi.org/10.1016/S1386-1425\(96\)01768-4](https://doi.org/10.1016/S1386-1425(96)01768-4)
- [21] R. P. Millen, D. L. A. De Faria, L. A. Marcia Temperini, "Modelos para dispersão Raman em polímeros conjugados", *Química Nova*, vol. 28, no. 2, pp. 289, September 2005.
- [22] P. W. M. Ehrenfreund, "Astrobiology: future perspectives", Springer, Dordrecht, 2004.
- [23] H. Edwards, "Raman spectroscopic approach to analytical astrobiology: the detection of key geological and biomolecular markers in the search for life". *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, vol. 368, pp. 3059, April. 2010. Doi: <https://doi.org/10.1098/rsta.2010.0100>
- [24] E. Ali, H. Edwards, M. Hargreaves, H. Scowen, "Raman spectroscopic investigation of cocaine hydrochloride on human nail in a forensic context", *Anal Bioanal Chemical*, vol. 390, pp. 1159-1166,

- June 2007. Doi: <https://doi.org/10.1007/s00216-007-1776-z>
- [25] E. L. Izake, “Forensic and homeland security applications of modern portable Raman spectroscopy”, *Forensic Science International*, vol 202, no. 1, pp. 1-8, October 2010. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.forsciint.2010.03.020>
- [26] E. Smith, G. Dent, “Modern Raman spectroscopy: A Practical Approach”, John Wiley & Sons Ltd. Copyright, 2005.
- [27] D. A. Long, *Raman Spectroscopy*, McGraw-Hill International, New York (1977).
- [28] B. P. Stoicheff, “Advances in Spectroscopy, Interscience”, Publishers Ltd., New York, 1959.
- [29] A. G. Rodrigues, J. C. Galzerani. “Espectroscopias de infravermelho, Raman e de fotoluminescencia: potencialidades e complementaridades”, *Revista Brasileira de ensino de Física*, vol. 34, no. 4, pp. 4309-1, 4309-9, July 2012. Doi: <https://doi.org/10.1590/S1806-11172012000400009>
- [30] P. Larkin, *Infrared and Raman spectroscopy*, Elsevier, Amstardam, 2011.
- [31] D. A. Skoog, F. J. Holler, T. A. Nieman, “Principios de análise instrumental”, 5 ed. Bookman editora, Brasil, 2002.
- [32] O. Sala, “Uma molécula didática”, *Quimica Nova*, vol. 31, no. 4, pp. 914, July 2008.
- [33] M. Tsuboi, J. M. Benevides, G.J. Thomas, “Raman tensors and their application in structural studies of biological systems”, *Proceedings of the Japan Academy. Series B, Physical and Biological Sciences*, vol. 85 no. 3, pp. 83-97, August 2009. Doi: <https://doi.org/10.2183/pjab.85.83>
- [34] J. Barba-Ortega, M. Rincón-Joya, J. Faúndez-Chaura, “Curva voltaje-tiempo en un proceso aniquilación-creación de pares vórtice-antivórtice”. *Rev. Ingenio*, vol. 15, no. 1, pp. 31–37, July 2018. Doi: <https://doi.org/10.22463/2011642X.3122>
- [35] C. Aguirre-Tellez, E. Valbuena-Niño, J. Barba-Ortega, “Estado de vórtices en un cuadrado superconductor de dos-orbitales con condiciones de contorno mixtas”. *Rev. Ingenio*, vol. 15, no 1, pp. 38–43, July 2018. Doi: <https://doi.org/10.22463/2011642X.3118>
- [36] C. Aguirre-Tellez, Quesle Martins, J. Barba-Ortega, “Desarrollo analítico de las ecuaciones Ginzburg-Landau para películas delgadas superconductoras en presencia de corrientes”. *Revista UIS Ingeniería*, vol. 18, no 2, pp. 213–220, Febrary 2019. Doi: <https://doi.org/10.18273/revuin.v18n2-2019020>
- [37] C. Aguirre-Tellez, J. Faundez, S. Magalhaes, J. Barba-Ortega, “Vortex Matter in a Two-Band SQUID-Shaped Superconducting film”, *Journal of Low Temperature Physics*, pp.85–96, March 2022. Doi: <https://doi.org/10.1007/s10909-022-02701-3>