



Las dialécticas en la codificación de mensajes en una Actividad de Estudio e Investigación en un curso de Álgebra Lineal en carreras de Ingeniería

Dialectics in message encoding in a Study and Research Activity in a Linear Algebra course for Engineering majors.

Fermín Álvarez-Macea^{1*}, Viviana Angélica Costa², César Augusto Hernández-Suárez³

¹Magister en enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, fermin.alvarez@udea.edu.co, ORCID: 0000-0002-2451-9144, Universidad de Antioquia, Antioquia, Colombia.

²Doctora en Enseñanza de las Ciencias, vacosta@ing.unlp.edu.ar, ORCID: 0000-0003-1782-5378, Universidad Nacional de La Plata, La Plata, Argentina.

³Magister en Enseñanza de las Ciencias, cesaraugusto@ufps.edu.co, ORCID: 0000-0002-7974-5560, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia.

Cómo citar: Álvarez-Macea F., Costa V.A., Hernández-Suárez C.A., “Las dialécticas en la codificación de mensajes en una Actividad de Estudio e Investigación en un curso de Álgebra Lineal en carreras de Ingeniería .”. *Perspectivas*, vol. 7, no. S1, pp. 291-303, 2022.

Recibido: August 03, 2022; Aprobado: November 20, 2022.

RESUMEN

Palabras Claves:

AEI, Didáctica, Álgebra Lineal, Ingeniería, Codificación de mensajes.

El presente artículo describe una experiencia didáctica de implementación y análisis de una Actividad de Estudio e Investigación en el área de codificación de mensajes, teniendo en cuenta las dialécticas de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, la cual se llevó a cabo en un curso de Álgebra Lineal, dentro del enfoque de la Pedagogía de la Investigación y Cuestionamiento del Mundo. El objetivo principal fue explorar el impacto de las dialécticas en el aprendizaje de los estudiantes. El método utilizado se basó en la reproducción de preguntas generatrices y derivadas, así como en la búsqueda de respuestas a través de diferentes fuentes y medios. El resultado más relevante fue la identificación de las dialécticas presentes en la Actividad de Estudio e Investigación, como la del estudio e investigación, del individuo y del conjunto, y del análisis praxeológico y didáctico, entre otras. Estas dialécticas jugaron un papel fundamental en el desarrollo de la actividad y en el aprendizaje significativo de los estudiantes. Como conclusión principal, se destaca la importancia de considerar las dialécticas en el diseño y realización de actividades de enseñanza, ya que su presencia puede favorecer un aprendizaje más profundo y mejorar los resultados académicos.

ABSTRACT

Key Words:

AEI, Didactics, Linear Algebra, Engineering, Message coding.

The present article describes a didactic experience of implementing and analyzing a Study and Research Activity in the area of message coding, taking into account the dialectics of the Anthropological Theory of Didactics. This experience was conducted within a Linear Algebra course, following the Pedagogy of Research and Questioning the World approach. The main objective was to explore the impact of dialectics on student learning. The method used was based on generating generative and derived questions and seeking answers through different sources and means. The most relevant result was the identification of dialectics present in the Study and Research Activity, such as the dialectics of study and research, individual and collective, and praxeological and didactic analysis, among others. These dialectics played a fundamental role in the activity's development and in the students' meaningful learning. As a main conclusion, the importance of considering dialectics in designing and implementing teaching activities is highlighted, as their presence can promote deeper learning and improve academic outcomes.

*Corresponding author.

E-mail address: cesaraugusto@ufps.edu.co

(César Augusto Hernández-Suárez)



Peer review is the responsibility of the Universidad Francisco de Paula Santander.
This is an article under the license CC BY 4.0

Introducción

En los programas académicos de ingeniería, el estudio de las Organizaciones Matemáticas (OM) del Álgebra Lineal es fundamental debido a sus bases teóricas y procedimentales (Álvarez-Macea & Costa, 2019). Estos contenidos se relacionan con diversos conceptos en el campo de la ingeniería, brindando a los estudiantes herramientas para utilizar la modelización matemática y resolver problemas en diferentes situaciones del mundo real.

La enseñanza del Álgebra Lineal ha sido objeto de investigación por varios autores, quienes han buscado nuevos enfoques metodológicos y didácticos (Costa et al., 2018). Algunos planteamientos anteriores evidencian la presentación abstracta y descontextualizada de los contenidos, sin una adecuada articulación con otros conocimientos propios de la ingeniería, lo cual dificulta la comprensión significativa de los conceptos matemáticos. En consecuencia, se han planteado varias opciones para potenciar la enseñanza y el aprendizaje de Álgebra Lineal.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), desarrollada por Yves Chevallard, presenta un enfoque pedagógico para abordar la problemática mencionada, relacionada con el monumentalismo y la pérdida de sentido de las Organizaciones Matemáticas (OM) cuando se estudian en una institución educativa (Chevallard, 2007, 2012). El monumentalismo implica enseñar o estudiar los contenidos matemáticos como obras sin funcionalidad o reflexión didáctica.

Como alternativa al monumentalismo, Chevallard aboga un cambio de paradigma en dirección a la Pedagogía de Investigación y Cuestionamiento del Mundo (PICM) (Chevallard, 2004, 2005, 2007), que busca incorporar un cambio en la enseñanza de la matemática mediante gestos didácticos, acciones, actitudes y actividades relacionadas con el aprendizaje de un objeto matemático. Dentro de la TAD, se utilizan las

Actividades de Estudio e Investigación (AEI) como un dispositivo didáctico en el aula (Álvarez-Macea & Costa, 2019).

El objetivo del estudio fue analizar y diseñar una Actividad de Estudio e Investigación (AEI) en el contexto de un curso de Álgebra Lineal, con el propósito de mejorar la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina. La base de este enfoque reside en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), con el propósito de superar la presentación abstracta y descontextualizada de los contenidos, y fomentar una comprensión significativa de los conceptos matemáticos en el contexto de la ingeniería. La AEI se enfoca en responder la pregunta generadora: "¿Cómo se codifican o encriptan mensajes?". A través del análisis de la AEI, las Organizaciones Matemáticas (OM) estudiadas y las dialécticas surgidas durante el proceso, se busca generar conocimiento y contribuir a la mejora de la enseñanza de Álgebra Lineal en el contexto de la ingeniería.

Las dialécticas en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y sus dialécticas

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), introducida por Chevallard (1999) y enriquecida por otros investigadores recientemente, proporciona un modelo epistemológico para analizar la actividad humana en su dimensión institucional. Dos conceptos esenciales en la TAD son la institución y la praxeología. Esta teoría ha desarrollado la noción de praxeología como un modelo para describir cualquier actividad humana realizada de forma regular (Chevallard, 2001).

Dentro de una praxeología, el conocimiento se estructura en dos niveles: la praxis, que se vincula con el saber-hacer y engloba los tipos de tareas, problemas y técnicas que se construyen y utilizan; y el logos o saber, que abarca los aspectos descriptivos que organizan la actividad matemática. La didáctica, como ciencia de lo didáctico o los hechos didácticos,

busca definir y redefinir este objeto (Chevallard, 2009).

Los saberes dialécticos presentes en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) fueron concebidos como la relación entre el saber y el saber-hacer, considerados como gestos del estudio y la investigación (Chevallard, 2009). A continuación, se presentan las dialécticas que forman parte integral de la TAD:

Dialéctica del estudio y de la investigación:

Esta dialéctica sostiene que la investigación no puede llevarse a cabo sin realizar un estudio genuino. Implica generar preguntas a investigar, relacionar respuestas concretas (R \diamond), preguntas derivadas (Qi) y obras encontradas o redescubiertas (Ok), hasta llegar a una respuesta (R \heartsuit) con cierto nivel de profundidad y pertinencia. Mediante estos procesos, se asegura la aparición de nuevas preguntas, mientras la comunidad de estudio determina cuándo y cómo responder a las mismas (Chevallard, 2011).

Dialéctica del individuo y del conjunto

(DIC): En el transcurso de una AEI, se asignan responsabilidades y tareas individuales que posteriormente se integran en el proceso grupal de búsqueda y elaboración de la respuesta. En la TAD, la responsabilidad se concibe no como algo individual, sino con un sentido colectivo. La comunidad productora argumenta y respalda las respuestas que se generan o surgen de manera colectiva (Chevallard, 2011).

***Dialéctica del análisis y la síntesis*, praxeológica y didáctica (DEI):** Esta dialéctica se fundamenta en un análisis didáctico que se complementa con un análisis praxeológico, y ambos se retroalimentan entre sí. Para comprender la realidad praxeológica, se formulan preguntas didácticas y se procede con su correspondiente análisis. Al mismo tiempo, se realiza un análisis didáctico que se enfoca en cómo enseñar la praxeología. Esto implica un componente

epistemológico relacionado con la génesis de las praxeologías que están inmersas (Chevallard, 2011).

Dialéctica de entrar y salir del tema (DEST):

Durante el desarrollo de las AEI, se contempla la posibilidad de explorar otras temáticas e incluso alejarse de la disciplina específica de referencia, para luego retomarla o regresar a ella. La pregunta generadora debe permitir recorrer trayectorias de estudio e investigación de manera amplia, limitándose solo en algunos casos a un sector o disciplina concreta. Esta dialéctica brinda la oportunidad de establecer un abanico de relaciones con otros saberes, enriqueciendo así la investigación desde una perspectiva multidisciplinaria y dialogante (Chevallard, 2011).

Dialéctica del paracaidista y de las trufas

(DPT): Esta dialéctica se toma como una analogía inspirada en los términos utilizados por el historiador francés Emmanuel Leroy-Ladurie. Los paracaidistas realizan exploraciones panorámicas en extensas áreas de territorio, mientras que los buscadores de tesoros exploran minuciosamente el terreno circundante. En el contexto de la enseñanza de las matemáticas, esta dialéctica se refiere a la necesidad de evitar soluciones triviales o prediseñadas y concentrarse en los hallazgos potenciales, desenterrándolos y buscando soluciones más significativas (Chevallard, 2011).

Dialéctica de las cajas negras y las cajas claras

(DCNC): Esta dialéctica implica la necesidad de discernir si una obra merece ser estudiada, aclarada y analizada en profundidad, o si ciertos conocimientos permanecerán en un nivel menos relevante, es decir, no esenciales para abordar la pregunta generadora (Q0) o las preguntas derivadas (Qi). Se reconoce que el conocimiento sobre algo no puede agotarse por completo (Chevallard, 2011).

Dialéctica medio-media (DMM):

Esta dialéctica se relaciona con las preguntas elaboradas en las AEI, que parten de conjeturas y deben ponerse a prueba.

Se busca transformar las respuestas establecidas por los estudiantes a través de diferentes medios de comunicación, como diarios, programas de televisión, cursos o libros específicos (Chevallard, 2011).

Dialéctica de la lectura y de la escritura (DLE):

Esta dialéctica conlleva evitar la mera transcripción formal de respuestas parciales existentes ($R\Diamond$) y cuestionar el contexto en el que están enmarcadas. Se persigue reescribir estas respuestas en forma de síntesis, apuntes, glosario, entre otros, y analizar el grado de profundidad de la transcripción. Esta dinámica se vincula con la dialéctica de las cajas negras y cajas claras (DCNC) (Chevallard, 2011).

Dialéctica de la producción y la recepción (DPR): Esta dialéctica se refiere a la necesidad de difundir y defender las respuestas construidas y desarrolladas por la comunidad de estudio a lo largo de la AEI. Se reconoce que el conocimiento no tiene importancia en sí mismo (monumentalismo), sino que la actividad matemática se origina a partir de las contribuciones que se consideran valiosas para toda la comunidad de estudio (Chevallard, 2011).

Metodología

El enfoque de este estudio se dirige hacia la aplicación de la Actividad de Estudio e Investigación (AEI) en un curso de Álgebra Lineal. La AEI se llevó a cabo con el objetivo de fomentar el aprendizaje activo y reflexivo de los estudiantes, así como promover el desarrollo de habilidades investigativas. Se describe detalladamente la metodología utilizada en el desarrollo de la AEI, así como los momentos clave del proceso y el análisis de las dialécticas presentes.

Contexto y Participantes

La AEI se desarrolló en un curso de Álgebra Lineal en la facultad de ingeniería del Politécnico Jaime Isaza Cadavid (PJIC) en Medellín, Colombia, con 38 estudiantes del primer año o segundo semestre

académico, quienes se encontraban cursando diversos programas académicos de ingeniería. El estudio se desarrolló a lo largo de 15 sesiones o clases, cada una con una extensión de dos horas.

Implementación de la AEI

Los estudiantes se organizaron en un total de once grupos de estudio para llevar a cabo la AEI. El proceso se dividió en tres etapas: en el primer momento, se enfocaron en establecer los compromisos y acuerdos necesarios en el aula de clase para el desarrollo de la AEI; el segundo momento consistió en la implementación propiamente dicha de la AEI; y el tercer momento abarcó el análisis, recolección y discusión de los datos generados durante la AEI.

Recolección de Datos

Durante el desarrollo de la AEI, se registraron de manera organizada y sistemática las producciones, aportes y participación de los estudiantes de cada grupo de estudio. Estos registros incluyeron videos, fotografías y material compartido en una carpeta de drive del correo institucional. El docente fue responsable de realizar los registros, tomando en cuenta la descripción del contexto o escenario, las interacciones, los gestos didácticos, los diálogos y las discusiones de los estudiantes.

Análisis de Datos

Los datos recolectados fueron analizados siguiendo un enfoque de análisis de contenido temático. Para ello, se identificaron y categorizaron los temas y subtemas relevantes presentes en los registros obtenidos. Este análisis permitió identificar patrones, tendencias y relaciones en los discursos de los participantes. Además, se realizaron análisis estadísticos descriptivos utilizando el software SPSS para los datos cualitativos.

Análisis de las Dialécticas en el Desarrollo de la AEI

El análisis de las dialécticas presentes en el desarrollo de la AEI permitió identificar distintas manifestaciones en cada momento del proceso. Se encontraron evidencias de la dialéctica del Estudio y de la Investigación (DEI), donde los estudiantes realizaron búsquedas en diferentes fuentes y generaron discusiones en torno a conceptos y metodologías de codificación o encriptación de mensajes. También se identificó la dialéctica del Individuo y del Colectivo (DIC), evidenciada en las dinámicas, discusiones y aportes de los integrantes de los grupos de estudio. La dialéctica del Análisis (Síntesis) Praxeológica y del Análisis (Síntesis) Didáctico (DAPD) se hizo presente en el análisis de los datos obtenidos y en la síntesis de las respuestas a las preguntas generadoras. Asimismo, se identificaron las dialécticas de Salir y Entrar del Tema (DEST), del Paracaidista y de las Trufas (DPT), de las Cajas Negras y Cajas Claras (DCNC), de la Media-Medio (o la de la Conjetura y de la Prueba) (DMM), de la Lectura y de la Escritura (DLE), y de la Producción (de la Difusión) y de la Recepción (DPR), las cuales manifestaron diferentes aspectos del proceso de estudio e investigación de los estudiantes.

DEI: del Estudio y de la Investigación

En las clases, se identificó la presencia y el desarrollo de la dialéctica del Estudio y de la Investigación (DEI) a través de diferentes acciones realizadas por los grupos de estudio. Los estudiantes llevaron a cabo una búsqueda exhaustiva en diversas fuentes como libros de Álgebra Lineal, páginas de internet y textos especializados en criptografías para encontrar posibles respuestas a la pregunta generadora Q0, que trataba sobre la codificación o encriptación de mensajes. Además, surgieron preguntas derivadas (Qi) que generaron discusiones entre los estudiantes, abordando conceptos generales y específicos relacionados con la codificación y encriptación de mensajes. Durante la investigación

de las posibles respuestas, se identificaron aportes relevantes, como la consideración de diferentes códigos para codificar mensajes y la diferenciación entre codificar y encriptar.

En los distintos grupos de estudio, se plantearon algunas preguntas derivadas de la pregunta generadora, tales como: "¿Qué es codificar o encriptar?", "¿Qué clase de códigos es posible utilizar?" y "¿Con cuáles datos o entradas se puede codificar?". Estas preguntas permitieron a los estudiantes profundizar en el tema y explorar diferentes aspectos relacionados con la codificación y encriptación de mensajes.

GRUPO DE ESTUDIO 6.

En la búsqueda en internet y libros relacionados con la codificación y encriptación de mensajes, se encuentra muchos códigos, proponemos concentrarnos en los más utilizados y funcionales.

- Sistema binario
- ASCII
- Hexadecimal
- Octal

Figura 1. Evidencias sobre la dialéctica del estudio y la investigación

Caracteres ASCII de control		Caracteres ASCII imprimibles				ASCII extendido (Página de código 437)									
00	NULL (carácter nulo)	32	espacio	64	@	96	`	128	Ç	160	à	192	À	224	Ó
01	SOH (inicio encabezado)	33	!	65	A	97	a	129	ü	161	í	193	Á	225	Ô
02	STX (inicio texto)	34	"	66	B	98	b	130	ë	162	î	194	Â	226	Ï
03	ETX (fin de texto)	35	#	67	C	99	c	131	â	163	ó	195	Ë	227	Ï
04	EOT (fin transmisión)	36	\$	68	D	100	d	132	ã	164	ô	196	Ì	228	Ï
05	ENQ (consulta)	37	%	69	E	101	e	133	ä	165	ï	197	Í	229	Ï
06	ACK (reconocimiento)	38	&	70	F	102	f	134	å	166	ª	198	Î	230	Ï
07	BEL (timbre)	39	'	71	G	103	g	135	æ	167	»	199	Ï	231	Ï
08	BS (retroceso)	40	(72	H	104	h	136	æ	168	¿	200	Ï	232	Ï
09	HT (tab horizontal)	41)	73	I	105	i	137	é	169	®	201	Ï	233	Ï
10	LF (nueva línea)	42	*	74	J	106	j	138	ê	170	™	202	Ï	234	Ï
11	VT (tab vertical)	43	+	75	K	107	k	139	ï	171	½	203	Ï	235	Ï
12	FF (nueva página)	44	,	76	L	108	l	140	ì	172	¼	204	Ï	236	Ï
13	CR (retorno de carro)	45	-	77	M	109	m	141	í	173	»	205	Ï	237	Ï
14	SO (desplaza afuera)	46	.	78	N	110	n	142	Ä	174	«	206	Ï	238	Ï
15	SI (desplaza adentro)	47	/	79	O	111	o	143	Å	175	»	207	Ï	239	Ï
16	DLE (esc.vínculo datos)	48	0	80	P	112	p	144	Ä	176	»	208	Ï	240	Ï
17	DC1 (control disp. 1)	49	1	81	Q	113	q	145	æ	177	»	209	Ï	241	Ï
18	DC2 (control disp. 2)	50	2	82	R	114	r	146	Æ	178	»	210	Ï	242	Ï
19	DC3 (control disp. 3)	51	3	83	S	115	s	147	ó	179	»	211	Ï	243	Ï
20	DC4 (control disp. 4)	52	4	84	T	116	t	148	ö	180	»	212	Ï	244	Ï
21	NAK (conf. negativa)	53	5	85	U	117	u	149	ö	181	»	213	Ï	245	Ï
22	SYN (inactividad sinc)	54	6	86	V	118	v	150	ù	182	»	214	Ï	246	Ï
23	ETB (fin bloque trans)	55	7	87	W	119	w	151	ú	183	»	215	Ï	247	Ï
24	CAN (cancelar)	56	8	88	X	120	x	152	ÿ	184	»	216	Ï	248	Ï
25	EM (fin del medio)	57	9	89	Y	121	y	153	ÿ	185	»	217	Ï	249	Ï
26	SUB (sustitución)	58	:	90	Z	122	z	154	ÿ	186	»	218	Ï	250	Ï
27	ESC (escape)	59	;	91	[123	{	155	ÿ	187	»	219	Ï	251	Ï
28	FS (sep. archivos)	60	<	92	\	124		156	ÿ	188	»	220	Ï	252	Ï
29	GS (sep. grupos)	61	=	93]	125	}	157	ÿ	189	»	221	Ï	253	Ï
30	RS (sep. registros)	62	>	94	^	126	~	158	ÿ	190	»	222	Ï	254	Ï

Figura 2. Evidencias sobre la dialéctica del estudio y la investigación

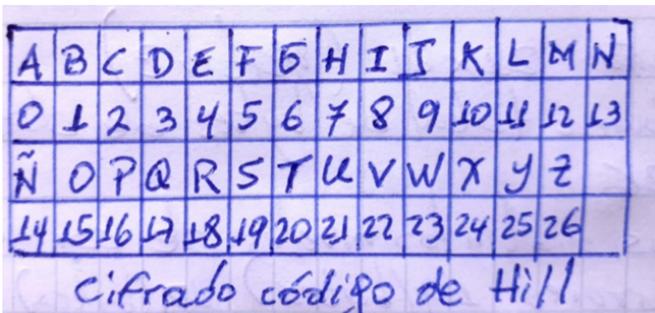


Figura 3. Evidencias sobre la dialéctica del estudio y la investigación

DIC: del Individuo y del Colectivo

En el desarrollo de la AEI, se observaron manifestaciones de la dialéctica del Individuo y del Colectivo (DIC) en las dinámicas, discusiones y aportes de cada integrante de los grupos de estudio. Durante la búsqueda de respuestas a las preguntas derivadas y a la pregunta generadora, se evidenció la importancia de considerar la participación y postura de cada estudiante. Algunos momentos destacados incluyeron situaciones en las que los estudiantes debatieron sobre decisiones relacionadas con la codificación, como la posibilidad de cambiar el código utilizado, y la necesidad de buscar un

consenso dentro del grupo de estudio. Asimismo, se valoraron las orientaciones y pausas realizadas por los estudiantes para aclarar conceptos y compartir conocimientos.

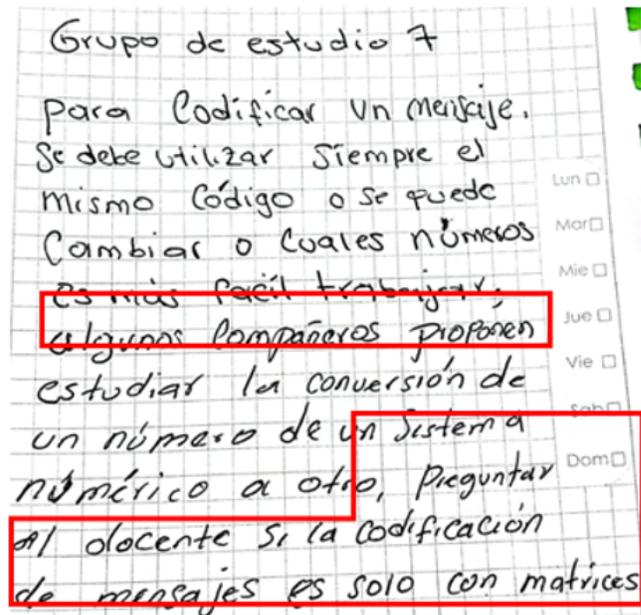


Figura 4. Evidencias sobre la dialéctica del Individuo y del Colectivo

DAPD: del Análisis Praxeológico y del Análisis Didáctico

Se identificó el funcionamiento de la dialéctica del Análisis Praxeológico y del Análisis Didáctico (DAPD) a través de diversas acciones observadas durante la AEI. Durante la búsqueda de respuestas a la pregunta generadora Q0, surgieron interrogantes relacionadas con el empleo de matrices para codificar o encriptar mensajes, los criterios que debe cumplir la matriz inversa de la matriz clave y los procedimientos para calcular dicha matriz inversa.

Se llevó a cabo un análisis minucioso de los datos obtenidos de diversas fuentes, como internet, libros de Álgebra Lineal, obras sobre criptografía, así como entrevistas con docentes y programadores. Además, se examinaron las preguntas formuladas en cada grupo de estudio y se realizaron síntesis de praxeologías propias del Álgebra Lineal, que abordaron las tareas, técnicas, tecnologías y teorías involucradas en las respuestas.

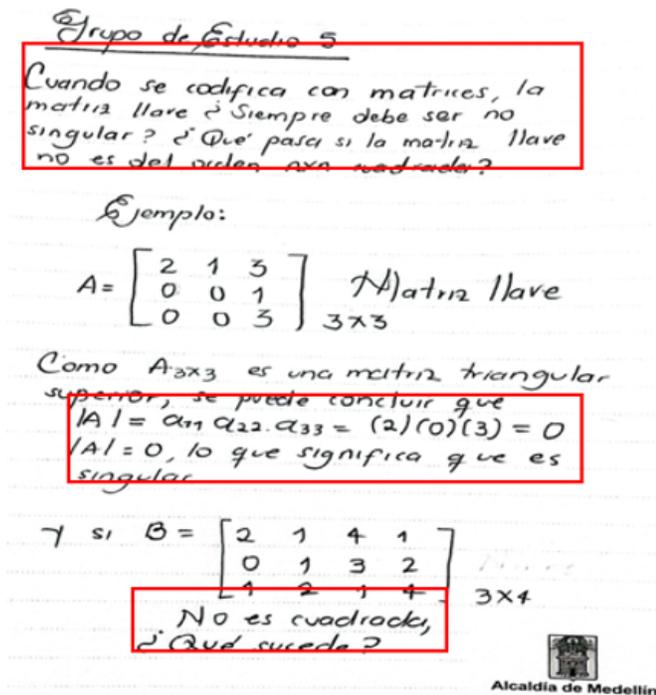


Figura 5. Evidencias sobre la dialéctica del análisis praxeológico y didáctico

DEST: de Salir y Entrar del Tema

Durante la indagación de respuestas a las preguntas derivadas (Qi) y a la pregunta generadora Q0, los grupos de estudio exploraron diversas Organizaciones Matemáticas (OM) vinculadas al Álgebra Lineal y otras áreas disciplinarias de la ingeniería. Esto condujo a la aplicación de la codificación de mensajes en diversos usos, como la generación de contraseñas y el uso de dispositivos electrónicos para presentar mensajes. Se planteó el surgimiento de preguntas derivadas, como "¿Cómo se genera la codificación y decodificación de mensajes?", "En el ámbito ingenieril, ¿cómo se usa la codificación?" y "¿Qué tecnología o software se utiliza para codificar los mensajes?". Para identificar esta dialéctica, se tuvo en cuenta la relación de la codificación de mensajes con disciplinas diferentes al Álgebra Lineal, como lenguajes de programación, circuitos digitales, fundamentos de electrónica y sistemas de información. Además, se exploraron temas como la conversión de números entre sistemas numéricos y la relación de matrices binarias poco comunes en el curso de Álgebra Lineal habitual.

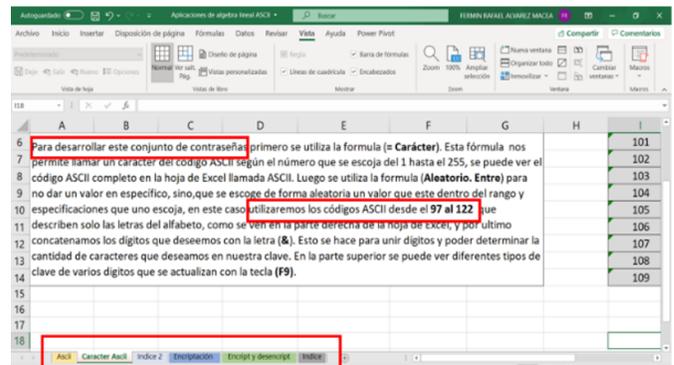


Figura 6. Evidencias sobre la dialéctica de salir y entrar del tema

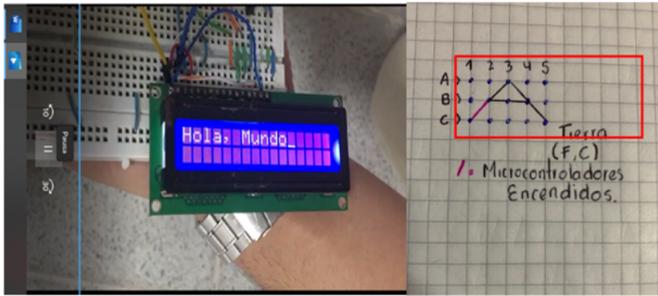


Figura 7. Evidencias sobre la dialéctica de salir y entrar del tema

DPT: del Paracaidista y de las Trufas

Durante el desarrollo de la AEI, los estudiantes revisaron, redefinieron, descartaron y profundizaron en aspectos relevantes para obtener respuestas más precisas tanto a las preguntas derivadas como a la pregunta generadora. Esta dialéctica del Paracaidista y de las Trufas (DPT) se evidenció cuando algunos grupos de estudio adoptaron una mirada más amplia y alejada, mientras que otros exploraron y profundizaron más en el tema. Algunos grupos presentaron la codificación de mensajes utilizando solo una forma o modelo, mientras que otros llevaron a cabo una exploración exhaustiva en diferentes fuentes, codificando con diferentes caracteres y sistemas numéricos. Además, los estudiantes fueron selectivos al descartar información no relevante y se esforzaron por obtener respuestas más completas y detalladas.

DCNC: de las Cajas Negras y Cajas Claras

Durante el desarrollo de la AEI, se identificó el funcionamiento de la dialéctica de las Cajas Negras y Cajas Claras (DCNC) al ocurrir un estudio "incompleto" o parcial de una obra. Esto se observó en situaciones en las que los estudiantes encontraron dificultades al aplicar ciertos conceptos o métodos del Álgebra Lineal, como la eliminación o reducción de Gauss-Jordan y el uso de la regla de Cramer. También se presentaron dificultades al estudiar la matriz inversa sin comprender conceptualmente su significado y verificación. Estas situaciones

reflejaron un nivel de comprensión "en gris" en el estudio de la codificación de mensajes.

DMM: de la Media-Medio (o la de la Conjetura y de la Prueba)

La dialéctica de la Media-Medio (o la de la Conjetura y de la Prueba) (DMM) estuvo presente en el desarrollo de la AEI a través de preguntas planteadas en términos de "¿Por qué?" y "¿Cómo?". Los estudiantes cuestionaron los resultados obtenidos y propuestos en diferentes medios, generando interrogantes sobre las restricciones, ventajas y procedimientos utilizados en la codificación de mensajes. Durante el estudio, se utilizaron diferentes medios, como PC, smartphones, hojas de cálculo, Java y GeoGebra, para simular y representar la codificación de mensajes. También se plantearon preguntas sobre cómo probar la efectividad de los modelos seleccionados y cómo utilizar tecnologías y software específicos para la codificación.

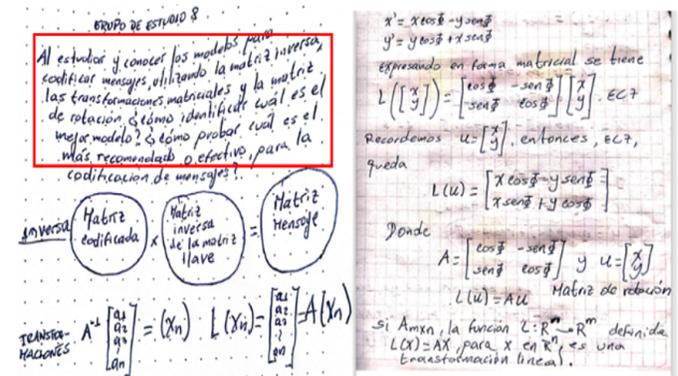


Figura 8. Evidencias sobre la dialéctica del medio y la media

- **La diferencia entre codificación y encriptación** es que la primera es un método que permite convertir datos de un formato a otro formato, cambiando su representación mientras que la encriptación es un proceso que hace ilegible la información o mensaje y se necesita de una clave llave para su lectura.

Figura 9. Evidencias sobre la dialéctica de la lectura y la escritura

Dependiendo de la codificación, existen múltiples códigos que se pueden utilizar para la codificación o encriptación de mensajes, como los mencionados anteriormente, debido a que pueden tener su propia estructura, la combinación de varios códigos o ser un híbrido de varios códigos, siendo algunos más avanzados que otros, tales como la esteganografía, Rot 1, cifrado Vegenere, códigos enigma.

Figura 10. Evidencias sobre la dialéctica de la lectura y la escritura

DPR: de la Producción (de la Difusión) y de la Recepción

La dialéctica de la Producción (de la Difusión) y de la Recepción (DPR) se identificó cuando los grupos de estudio comunicaron y defendieron sus respuestas construidas. Durante la presentación de las producciones realizadas, se evidenciaron enfoques no convencionales de codificación de mensajes, como el uso de códigos de barras y códigos QR, presentados por el Grupo de Estudio 10. Se destacó la importancia de mostrar las Organizaciones Matemáticas (OM) involucradas en las soluciones propuestas.

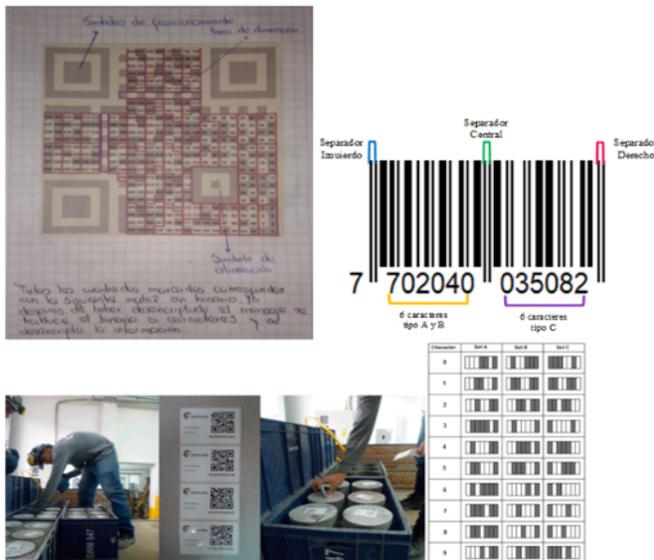


Figura 11. Evidencias sobre la dialéctica de la Producción y de la Recepción

Resultados

La Actividad de Estudio e Investigación (AEI) se centró en el estudio de diversas Organizaciones Matemáticas (OM) del Álgebra Lineal y áreas disciplinarias relacionadas con la ingeniería. Su

objetivo principal fue buscar respuestas a las preguntas derivadas que surgieron a partir de la pregunta generadora: "¿Cómo codificar o encriptar mensajes?". En un primer momento, cada grupo de estudio abordó de manera general el concepto de codificación y encriptación, así como sus similitudes, relaciones y diferencias. A medida que avanzaba el estudio, se delimitó el alcance de la codificación de mensajes y se centró en el estudio de OM específicas del Álgebra Lineal, con la posibilidad de incorporar contenidos de otras asignaturas relevantes.

Aplicando los principios de la Pedagogía del Cuestionamiento e Investigación del Mundo (PCIM), se identificaron contenidos relevantes de las Organizaciones Matemáticas (OM). Estos contenidos incluyeron la definición de matrices, el orden de matrices, las distintas clases de matrices, las operaciones elementales sobre las filas de matrices, el álgebra de matrices, los sistemas de ecuaciones lineales y sus métodos de solución, las matrices inversas, las cantidades vectoriales y escalares, los determinantes, y las matrices de rotación, entre otros aspectos. Además, se exploraron otros temas no propios del Álgebra Lineal, como los sistemas numéricos y diversos códigos numéricos y alfanuméricos, que surgieron naturalmente durante el desarrollo de la AEI. Estos temas permitieron el surgimiento de etapas de Modelización Matemática y las dialécticas contempladas dentro del enfoque Teoría de la Actividad Didáctica (TAD).

El objetivo del estudio fue determinar la presencia de las dialécticas y describir las acciones que surgieron durante el desarrollo de la AEI en relación con las preguntas derivadas (Qi) y en cada clase. La Figura 12 y 13 presentan la relación entre las preguntas derivadas y las dialécticas presentes en la AEI.

Preguntas Derivadas	DIALÉCTICAS									
	DEI	DIC	DAPD	DEST	DPT	DCNC	DM	DEL	DPR	
Q ₁	✓	✓						✓	✓	✓
Q ₂	✓	✓			✓	✓	✓			
Q ₃	✓	✓					✓	✓		
Q ₄	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓	
Q ₅	✓	✓	✓	✓						
Q ₆	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	
Q ₇	✓	✓	✓	✓			✓			
Q ₈	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓	✓	

Figura 12. Preguntas derivadas y las dialécticas presentes

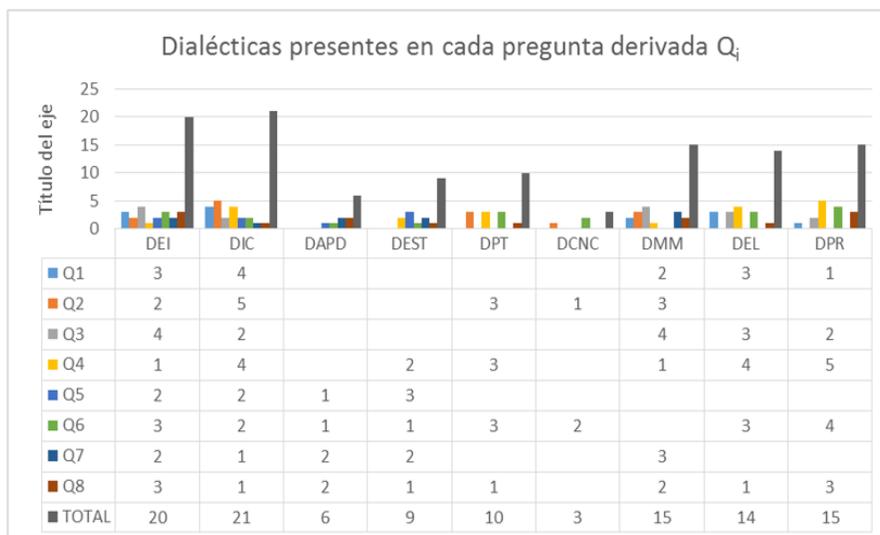


Figura 13. Relación de las dialécticas presentes con las preguntas derivadas Q_i

La Figura 12 y 13 reflejan que las dialécticas más destacadas durante el desarrollo de la AEI, al abordar tanto la pregunta generadora como las preguntas derivadas, fueron las dialécticas del estudio e investigación, del individuo y el conjunto, así como los medios y las medias. Estas estuvieron seguidas por la dialéctica de la producción y la recepción. Esto indica la importancia del trabajo en equipo y la contribución de cada miembro del grupo de estudio. Los estudiantes mostraron interés en brindar respuestas sólidas a la pregunta generadora y plantearon nuevas preguntas en lugar de finalizar

el estudio de inmediato. La consulta de múltiples fuentes y medias fue fundamental para contribuir con aportes de calidad, lo que llevó a los estudiantes a asumir roles responsables y actitudes proactivas al considerar diferentes perspectivas y argumentar sus puntos de vista.

Además, en momentos puntuales durante la AEI, se observaron las dialécticas de las cajas negras y claras, del paracaidista y las trufas, y del análisis praxeológico y didáctico (Figura 12). Ciertos estudiantes encontraron dificultades al comprender

algunas técnicas y teorías relacionadas con la resolución de sistemas de ecuaciones lineales mediante métodos como la reducción gaussiana o de Gauss-Jordan, lo que causó confusión y falta de claridad en cuanto a las operaciones elementales sobre las filas de las matrices. En algunos casos, fue necesario que el docente interviniera para aclarar y abordar estas dificultades. Asimismo, se evidenciaron limitaciones en cuanto a la profundidad de investigación por parte de algunos estudiantes, quienes presentaron enfoques superficiales y generales al abordar la codificación de matrices, sin explorar en detalle las OM necesarias para dicho proceso. Esto implicó un replanteamiento y un análisis praxeológico de las OM relevantes, así como la implementación de acciones didácticas para superar estas dificultades. Estas limitaciones pueden atribuirse, en parte, a las restricciones en los niveles de codeterminación institucional, donde los estudiantes tradicionalmente han adoptado un enfoque de recepción pasiva de definiciones y procedimientos matemáticos impartidos por el docente, sin cuestionamiento. Esto limita las preguntas a la claridad de los desarrollos algorítmicos en clase y restringe la pedagogía y la didáctica (Parra & Otero, 2017).

Finalmente, durante la búsqueda de respuestas a diversas preguntas derivadas (Q_i) para dar respuesta a la pregunta generadora, se apreció la dialéctica de la escritura y la lectura. El trabajo colaborativo demandaba una organización clara y concisa (Figura 9) al consultar diversas fuentes (medios). Al concluir la implementación de la AEI, se establecieron varios modelos matemáticos para la codificación de mensajes, empleando praxeologías como la matriz inversa, las transformaciones matriciales, matrices de rotación, codificación por matrices de 2×3 , matrices binarias, códigos de barras y códigos QR.

Conclusiones

En este artículo se realiza un análisis detallado de las dialécticas consideradas dentro del marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico,

específicamente en el dispositivo didáctico de la Actividad de Estudio e Investigación (AEI), con enfoque en la enseñanza del Álgebra Lineal. La implementación de la AEI permitió identificar y examinar la presencia y emergencia de diversas dialécticas de la TAD, con mayor o menor relevancia en relación con la búsqueda de respuestas a la pregunta generadora: "¿Cómo se codifican o encriptan mensajes?". Estas dialécticas, como el estudio y la investigación, el individuo y el conjunto, los medios y las medias, la producción y recepción, y el entrar y salir del tema, predominaron durante el desarrollo de la AEI, fomentando un aprendizaje práctico y significativo.

Un aspecto destacado fue la utilización de la codificación de mensajes en el contexto disciplinar de cada ingeniería, como se ejemplifica con la importancia de los códigos de barras y QR. Los estudiantes asumieron un rol activo y participativo, organizando actividades, presentando información y cumpliendo con los compromisos y plazos establecidos durante la implementación de la AEI. Sin embargo, las dialécticas de las cajas negras y claras, del paracaidista y las trufas, y del análisis praxeológico y didáctico estuvieron menos presentes. Esto puede deberse a los desafíos de adoptar un enfoque de enseñanza basado en la Pedagogía del Cuestionamiento e Investigación del Mundo (PCIM), ya que los estudiantes están acostumbrados a un modelo educativo tradicional y les resulta difícil profundizar, analizar y cuestionar lo aprendido.

Es importante tener en cuenta las restricciones relacionadas con los niveles de codeterminación didáctica, tanto a nivel institucional como en términos de pedagogía y didáctica, tal como se establece en el contexto universitario (Costa et al., 2015). En el desarrollo de la AEI y el análisis de las dialécticas presentes, se pudo estudiar y relacionar con otras disciplinas diversas organizaciones matemáticas que no son propias del Álgebra Lineal, como la seguridad ocupacional en el trabajo, la electrónica y la organización empresarial.

En futuras investigaciones, se busca explorar la influencia de las dialécticas en el rendimiento académico, analizando cómo la presencia e interacción de las dialécticas en la Actividad de Estudio e Investigación (AEI) pueden afectar el rendimiento de los estudiantes. Además, se pretende estudiar las dificultades en la implementación de la AEI y su relación con las dialécticas presentes, con el fin de diseñar intervenciones y apoyos específicos para facilitar su implementación en el contexto del Álgebra Lineal. También se propone evaluar la transferencia de aprendizaje y cómo el estudio de las Organizaciones Matemáticas (OM) en la AEI puede influir en la aplicación de conocimientos y habilidades en situaciones del mundo real. Además, se plantea el diseño y evaluación de dispositivos didácticos innovadores que integren las dialécticas identificadas, utilizando tecnologías de la información y enfoques pedagógicos basados en la indagación. Por último, se busca investigar la percepción y actitud de los estudiantes hacia la AEI y su relación con las dialécticas, con el objetivo de comprender mejor su experiencia y valoración de esta metodología de enseñanza, y cómo afecta su motivación y compromiso con el aprendizaje.

Referencias

- Álvarez-Macea, F., & Costa, V. A. (2019). Enseñanza del Álgebra Lineal en carreras de ingeniería: un análisis del proceso de la modelización matemática en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Eco Matemático*, 10(2), 65-78. <https://doi.org/10.22463/17948231.2594>
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Chevallard Y. (2001). Aspectos problemáticos de la formación docente, XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas. Recuperado de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_2001_-_Osca.pdf
- Chevallard, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. *Journées de didactique comparée*. Recueprado de http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=455
- Chevallard, Y. (2005). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire : transposition didactique et nouvelle épistémologie scolaire. In C. Ducourtioux, P. L. Hennequin, (Éds.), *La place des mathématiques vivantes dans l'enseignement secondaire* (Vol. 168) (pp. 239-263). France: APMEP.
- Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. En L. Ruiz, A. Estepa, & F. J. García, *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (pp. 705-746). España: Universidad de Jaén, Servicio de Publicaciones.
- Chevallard, Y. (2009) *Didáctica Fundamental: Foro de cuestiones*. Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr>
- Chevallard, Y. (2011) Improvisaciones cruzadas sobre lo didáctico, *lo antropológico y el oficio de investigador en TAD*. Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr>
- Chevallard, Y. (2012). Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement. *Journal du seminaire TAD/IDD*. Recuperado de <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-du-seminaire-tad-idd-2009-2010.pdf>
- Costa, V. A., Arlego, M. J. F., & Otero, M. R. (2015). Las dialécticas en un Recorrido de Estudio e Investigación para la enseñanza del Cálculo

Vectorial en la Universidad. *Revista de Formación e Innovación Educativa Universitaria*, 8(3), 146-161.

Costa, V., Rossignoli, R., Sorichetti, C., & Vampa, V. (2018). *Algebra Lineal con Aplicaciones Parte I. La Plata, Argentina*: Editorial de la Universidad Nacional de La Plata: EDULP.

Parra, V., & Otero, M. R. (2017). Enseñanza de la matemática por recorridos de estudio e investigación: indicadores didáctico-matemáticos de las “dialécticas”. *Educación matemática*, 29(3), 9-49.