



Programas de desarrollo y aprendizaje profesional docente de profesores de secundaria de matemáticas. estrategias y enfoques en los últimos 12 años.

Teacher professional learning and development programs for secondary mathematics teachers. strategies and approaches in the last 12 years.

Zaida Mabel Angel-Cuervo^{1*}, John Jairo Briceño-Martínez², Andrés Bernal-Ballén³

¹ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-7149-6336> Correo electrónico: zaidaangel@uan.edu.co, Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia.

²ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-2285-8396> Correo electrónico institucional: decano.educacion@uan.edu.co, Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia.

³ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2033-3817> Correo electrónico institucional: director.doctoradoed.@uan.edu.co, Universidad Antonio Nariño, Bogotá, Colombia

Cómo citar: Angel-Cuervo Z.M., Briceño-Martínez J.J., Bernal-Ballén A., “Programas de desarrollo y aprendizaje profesional docente de profesores de secundaria de matemáticas. estrategias y enfoques en los últimos 12 años.”. *Perspectivas*, vol. 7, no. S1, pp. 333-352, 2022.

Recibido: August 16, 2022; Aprobado: November 25, 2022.

RESUMEN

Palabras Claves:

Desarrollo profesional docente, aprendizaje profesional, prácticas de enseñanza, profesor de matemáticas de secundaria.

Las investigaciones sobre el Desarrollo Profesional Docente y el Aprendizaje Profesional han aumentado en los últimos años. Estas son de gran importancia para el diseño de programas de formación continua que promuevan el mejoramiento del conocimiento, las creencias, las actitudes y las prácticas de enseñanza de los profesores, además que impacten el desempeño de sus estudiantes. No obstante, sus bases teóricas están dispersas en diferentes enfoques de formación, por lo que carecen de una perspectiva consensuada acerca de cuáles son las estrategias más útiles y efectivas para mejorar tanto la práctica de enseñanza como el aprendizaje de los estudiantes. El objetivo de este trabajo es presentar los resultados de una revisión sistemática PRISMA en SCOPUS y Web of Science (WoS) durante el periodo 2010-2022, para identificar cuáles son las estrategias implementadas con el profesorado de matemáticas de secundaria para mejorar sus procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los resultados evidencian que las estrategias más frecuentes son las lecciones de estudios y las comunidades prácticas y el método más usado es el cualitativo. Por otro lado, las investigaciones con el profesorado de secundaria de matemáticas siguen siendo escasas dejando una gran oportunidad de investigación con esta población para desarrollar programas de formación tanto para facilitadores como para profesores, puesto que una de las limitaciones radica en la generalización de dichos programas y en la preparación de quienes los desarrollan.

ABSTRACT

Key Words:

Teacher professional development, professional learning, teaching practices, high school mathematics teacher.

Research on Teacher Professional Development and Professional Learning have increased in recent years. These are of great importance for design of continuing education programs that promote the improvement of teachers' knowledge, beliefs, attitudes and teaching practices, as well as impact the performance of their students. However, their theoretical bases are dispersed in different training approaches, so they lack a consensual perspective about which are the most useful and effective strategies to improve both teaching practice and student learning. The aim of this paper is to present the results of a PRISMA systematic review in SCOPUS and Web of Science (WoS) during the period 2010-2022, to identify what are the professional development or learning strategies implemented with secondary mathematics teachers to improve their mathematics teaching and learning processes. The results show that the most frequent strategies are the study lessons and the practical communities and the most used method is the qualitative one. On the other hand, research with secondary mathematics teachers is still scarce, leaving a great opportunity for research with this population to develop training programs for both facilitators and teachers, since one of the limitations lies in the generalization of such programs and in the preparation of those who develop them.

*Corresponding author.

E-mail address: zaidaangel@uan.edu.co

(Zaida Mabel Angel-Cuervo)



Peer review is the responsibility of the Universidad Francisco de Paula Santander.
This is an article under the license CC BY 4.0

Introducción

En los últimos años diferentes investigaciones han venido reportando diferentes estrategias para la formación de profesores que enseñan las matemáticas, tanto a nivel de pregrado como de forma continua o complementaria después de haberse graduado (Fennema et al., 1996; Harris et al., 2011; (Harris et al., 2011; Ndlovu, 2014; Sample McMeeking et al., 2012; Ndlovu, 2014; Saadati et al., 2021). Algunas de estos estudios subrayan la importancia y necesidad de pensar la formación continua encaminada en aspectos como: a) realizar prácticas de enseñanza centradas en los estudiantes; b) aumentar el rendimiento de los alumnos; c) fortalecer las competencias profesionales del profesor desde el pregrado hasta el ejercicio práctico y; d) utilizar diferentes recursos que orienten los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Estas estrategias son conocidas como programas de Desarrollo Profesional Docente (DPD) y de Aprendizaje Profesional (AP). Al primero, se le asocian las intervenciones de tipo formal o informal que impactan los conocimientos, creencias, prácticas de enseñanza y/o aprendizajes en los estudiantes de los profesores (Van Staden & der Westhuizen, 2013; Ehrenfeld, 2022). También, se le define como una práctica enmarcada en la construcción social, que busca estimular el cambio de formas de trabajo tradicionales por unas nuevas centradas en el aprendizaje (Mansour, 2009). Asimismo, le permite a los profesores adquirir conocimientos, actitudes y comportamientos, a través de procesos diseñados para tener prácticas eficaces en el aula (Kitta, 2015).

El AP para Khairunnisak et al. (2022) es el centro de un DPD porque hace énfasis en el aprendizaje del profesor en términos de cómo aprende a aprender y a transformar su práctica de enseñanza, buscando el beneficio de sus estudiantes. Para Wilkie (2019), el AP se entiende como una oportunidad de aprendizaje que conduce al crecimiento profesional y al cambio de las prácticas de enseñanza con el fin de mejorar el aprendizaje de los estudiantes (Ni Shuilleabhain

& Seery, 2018). Otros autores, como Simon & Campbell (2012) tratan ambos conceptos como complementarios y similares, en cambio, Fraser et al. (2007) prefieren que se diferencien porque en el DPD los progresos del profesor podrían tardar más tiempo, son más cualitativos y difíciles de identificar y, por el contrario, con el AP, los aprendizajes son más personales, individuales y sociales por lo que dan cuenta de mejoras en las destrezas y creencias de los profesores. Estas últimas conceptualizaciones muestran que es difícil, trazar una línea que diferencie ambos enfoques (DPD y AP) puesto ambos pretenden mejorar las prácticas de los profesores.

Sin embargo, aún no existe una estrategia de DPD o AP que puede generalizarse para ser implementada con profesores de secundaria de matemáticas puesto que las investigaciones realizadas con este colectivo son escasas (Gomes et al., 2021). Adicionalmente, existe el debate de muchos investigadores frente a cual es el contenido y manera pertinentes para formar a este grupo profesional (Berger & Bowie, 2012). Por tanto, se hace importante ofrecer un análisis de los enfoques y estrategias implementadas por los investigadores en el campo de la educación en matemáticas, de manera que, las preguntas que orientan esta investigación son:

1. ¿Cuáles son las estrategias formativas implementadas para formar a los profesores de secundaria de matemáticas?
2. ¿En qué consisten las estrategias de formación trabajadas con el profesorado de secundaria?
3. ¿Cuáles son los cambios u obstáculos reportados por las estrategias formativas en el aprendizaje de los estudiantes, en la práctica de enseñanza y en las concepciones y creencias?

Método

Se realizó una revisión sistemática en dos bases de datos: Scopus y Web of Science (WoS), en el periodo de tiempo comprendido entre los

años 2010 y 2022. El idioma de búsqueda fue el inglés y el tipo de publicación fue el de artículo de revista. Las bases de datos fueron consultadas utilizando las siguientes palabras y operadores booleanos: “Continuing professional development” OR “teacher professional development” OR “mathematics teacher learning” OR “mathematics teacher education” OR “mathematics teaching in teachers” OR “mathematics learning in teachers” AND “mathematics teachers”. Los anteriores criterios de búsqueda, por un lado, responden a la pregunta de investigación y, por otro, sirvieron para encontrar $n=850$ trabajos en total, $n=311$ para WoS y $n=539$ para SCOPUS.

En una primera revisión se eliminaron $n=304$ trabajos que eran duplicados de las bases de datos, quedando $n=546$ artículos de ese primer ejercicio de verificación de los títulos. En ese grupo ($n=546$), se pasa a analizar que los trabajos respondan a las preguntas de investigación, lo cual se evidencia por medio de la lectura del título, resumen y las palabras claves, siguiendo los siguientes criterios: a) todos los artículos seleccionados deben estar escritos en inglés; b) dentro de los participantes deben encontrarse profesores de matemáticas de secundaria en ejercicio que enseñen matemáticas en escuelas, así estén mezclados con profesores por ejemplo, de primaria; c) todos los artículos seleccionados describen o identifican estrategias de DPD o AP. En la Tabla I, se han caracterizado los $n=546$ artículos de ese cribado, hasta llegar a identificar los que responden las preguntas de investigación.

Tabla I. Resultados preliminares de la revisión y elementos de exclusión de artículos

Temáticas y de los artículos	Scopus	WoS	Total
Estrategias de formación de estudiantes de pregrado o profesores en formación de matemáticas y otras áreas	152	41	193
Experiencias para enseñar un concepto específico con estudiantes no profesores	47	19	66
Experiencias centradas en el aprendizaje de los estudiantes	35	7	42
Creencias y percepciones de los profesores sobre diversos temas	26	17	43
DPD de profesores de diferentes áreas a la matemática	31	10	41
Conocimiento de contenido, pedagógico y matemático	28	9	37
Competencias y fines de la formación del profesorado	23	1	24
Facilitadores que imparten estrategias de formación docente	12	3	15
Formación posgradual	2	2	4
Estrategias de DPD y AP u otros de profesores de matemáticas	52	29	81
Total	408	138	546

Posteriormente, los $n=81$ trabajos se encuentran clasificados así: el mayor número de investigaciones ($n=37$) tienen profesores de matemáticas en activo de cualquier nivel escolar (primaria, secundaria y estudiantes de formación inicial para profesores); seguido de profesores que solamente enseñan en secundaria ($n=35$); los restantes documentos cuentan con la participación de profesores de secundaria y primaria a la vez en la estrategia formativa ($n=6$), con estudiantes que se están formando para ser profesores ($n=2$) y el último ($n=1$) reporta docentes de todos los niveles de enseñanza. En total quedan seleccionados $n=48$ (figura 1).

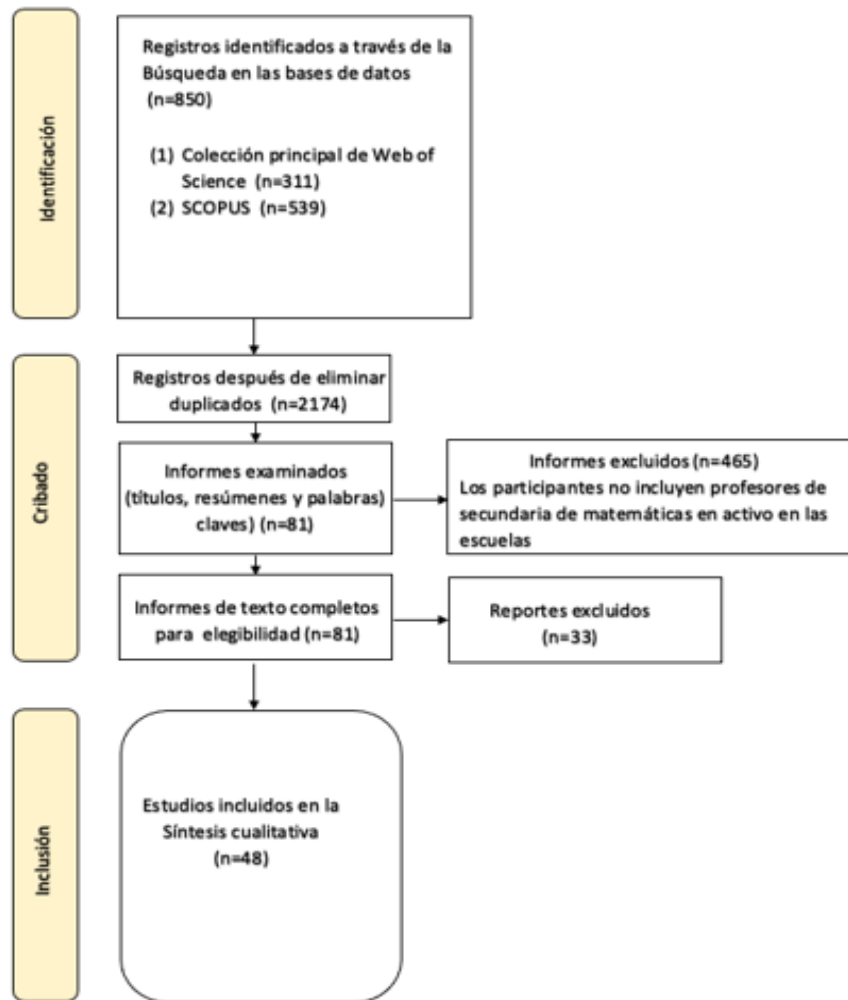


Figura 1. Proceso de selección de los artículos bajo la declaración PRISMA

Resultados

¿Cuáles son las estrategias formativas implementadas para formar a los profesores de secundaria de matemáticas?

En la tabla 2 se ubican los $n=48$ trabajos seleccionados para esta revisión sistemática. Con respecto al periodo de publicación se observa que el número de trabajos que han realizado estrategias formativas, ha venido aumentando significativamente en los últimos 4 años. Es decir, en el periodo 2010-2013 se encontraron $n=8$ documentos; entre los años 2014-2017, $n=13$ y, la mayor cantidad, $n=27$, entre el 2018-2022. Estas cifras parecen indicar que este es un tema que ha cobrado gran interés entre los

investigadores de educación matemática, puesto que en el último periodo la cantidad es un poco más del duplo de los dos anteriores.

Por otra parte se encuentra que todos los artículos reportados en esta revisión están clasificados en SCOPUS, incluidos los reportados en WoS. Este hecho garantiza en una parte, la calidad metodológica de los documentos incluidos. En la tabla 2 se observa que $n=31$ (65%) artículos se encuentran publicados en revistas Q1, $n=9$ en Q2, $n=6$ en Q3 y los $n=2$ restantes en Q4.

En la revisión se encontraron las siguientes estrategias formativas: lesson study (LS) que en

español se denominaría como estudio de la lección con $n=10$, seguido de Comunidades Prácticas (CP) $n=8$, luego aquellos que abordan Conocimiento del contenido pedagógico y/o específico de las matemáticas (C) $n=4$, el del uso de Videos (V) $n=4$, Diseño de Tareas (DT) $n=3$, Resolución de Problemas (RP) $n=3$, Educación Matemática Realista (EMR) $n=2$ y Transposición Metadidáctica (MDT) $n=2$. El resto de los documentos se encuentran clasificados en la Tabla II como otros (O) $n=12$, los cuales corresponden a aquellos que su frecuencia es menor a dos. Estos se caracterizan por la integración de diferentes teorías pedagógicas, didácticas y/o tecnológicas cuyo objetivo es mejorar el desempeño del docente de matemáticas.

Tabla II. Descripción de documentos que integran la revisión.

N°	Autores	Q	Nivel/ Muestra	Estrategia formativa
1	Calleja (2021)	Q1	S (n=3)	Enseñanza basada en la indagación (O)
2	Lindvall (2017)	Q1	S y P (n=162)	Lesson Study (LS)
3	Berger & Bowie (2012)	Q4	S (n=24)	Discurso Matemático (O)
4	Ratnayake et al. (2020)	Q1	S (n=12)	Diseño de Tareas (DT)
5	Chen et al. (2018)	Q1	S (n=46)	Video (V)
6	Bas-Ader et al. (2021)	Q1	S (n=10)	Pensamiento Matemático de los Estudiantes (O)
7	Ni Shuilleabhain & Seery (2018)	Q1	S (n=5)	LS
8	Matranga & Silverman (2022)	Q1	S (n=21)	Comunidades Prácticas (CP)
9	Saadati et al. (2021)	Q1	S y P (n=149)	Resolución de Problemas (RP)
10	Visnovska & Cobb (2013)	Q1	S y P (S.D)	V
11	Sherin & Dyer (2017)	Q1	S (n=14)	V
12	Nel & Luneta (2017)	Q3	S (n=5)	Conocimiento (C)
13	Brodie & Shalem (2011)	Q1	S y P (n=5)	CP
14	Visnovska & Cobb (2015)	Q1	S (n=18)	CP

15	Ndlovu (2014)	Q3	S (n=47)	Educación Matemáticas Realista (EMR)
16	Sample Mc-Meeking et al. (2012)	Q1	S (n=23)	C
17	Boston (2013)	Q1	S n=19	DT
18	Ramos-Rodríguez, et al. (2021)	Q2	S y P (n=22)	LS
19	Courtney (2017)	Q2	S (n=16)	Lección Modelo (O)
20	Harris et al. (2011)	Q2	S (n=59)	C
21	Wilkie (2019)	Q1	S (n=6)	Investigación basada en el diseño (O)
22	Tan & Ang (2016)	Q1	S (n=2)	Basado en la Escuela (O)
23	Gómez-Blancarte & Miranda (2021)	Q2	S (n=5)	CP
24	Souza, et al. (2015)	Q1	S (n=16)	Enseñanza de Desarrollo Profesional Continua (O)
25	Taranto & Arzarello (2020)	Q1	S y P (n=2)	Transposición Metadidáctica (MDT)
26	Jesús & Oliveira (2020)	Q3	S (S.D)	CP
27	Matranga et al. (2020)	Q3	S, P y P-S (S.D)	RP
28	Leong et al. (2019)	Q1	S (S.D)	RP
29	Bonghanoy et al. (2019)	Q2	S (n=16)	Aprendizaje Transformador en el Aula (O)
30	Prodromou et al. (2018)	Q1	S n=60	MDT
31	Verhoef et al. (2015)	Q1	S (n=7)	LS
32	Lee (2013)	Q1	S (n=29)	CP
33	Witterholt et al. (2012)	Q1	S (S.D)	Modelo Interconectado de Crecimiento (O)
34	Bueno et al. (2021)	Q3	S, P y P-S (S.D)	Conocimiento Tecnológico de Contenido (TPACK) (O)
35	Copur-Genc-turk & Papakonstantinou (2016)	Q1	S (n=49)	C
36	Karsenty & Arcavi (2017)	Q1	S (S. D)	V
37	Pang (2016)	Q1	S (n=17)	LS
38	Lomibao (2016)	Q4	S (S.D)	LS

39	Qi et al. (2022)	Q1	S (S.D)	LS
40	Marfuah et al. (2022)	Q1	S (S.D)	Metatecnopedagogía (O)
41	Russell et al. (2022)	Q1	S y P (n=19)	CP
42	Potgieter & van der Walt (2022)	Q2	S y P (n=10)	LS
43	Nguyen & Tran (2022)	Q1	S (n=3)	LS
44	Suryanti et al. (2022)	Q2	S (n=105)	DT
45	Gomes et al. (2021)	Q2	S (n=3)	LS
46	de Vries et al. (2022)	Q1	S (n=41)	Enfoque dinámico (O)
47	Kozakli Ulger et al. (2022)	Q3	S (n=28)	RP
48	Khairunnisak et al. (2022)	Q2	S (n=24)	EMR

En la figura 2 se observan los países en los que se han desarrollado las intervenciones reportadas. La tendencia más representativa está en Estados Unidos en donde se realizaron n=11 de esos 48 estudios, seguido de Sudáfrica e Indonesia. Al agrupar los estudios por continentes se encuentra que la mayoría fueron realizados en América (n=17), seguido de Asia (n=15), luego Europa (n=10) y, por último, África (n= 6). De las n=48 investigaciones, n=33 artículos fueron cualitativos (CL), n=7 cuantitativos (CT) y n=8 mixtos (M). Cada uno de ellos reporta y sugiere los aspectos relacionados acerca de la validez del estudio.

Knowledge (K); Learning (L); Teaching (T); Practice (P); sin datos (S.D); secundaria (S); primaria (P); pre-servicio (P-S).

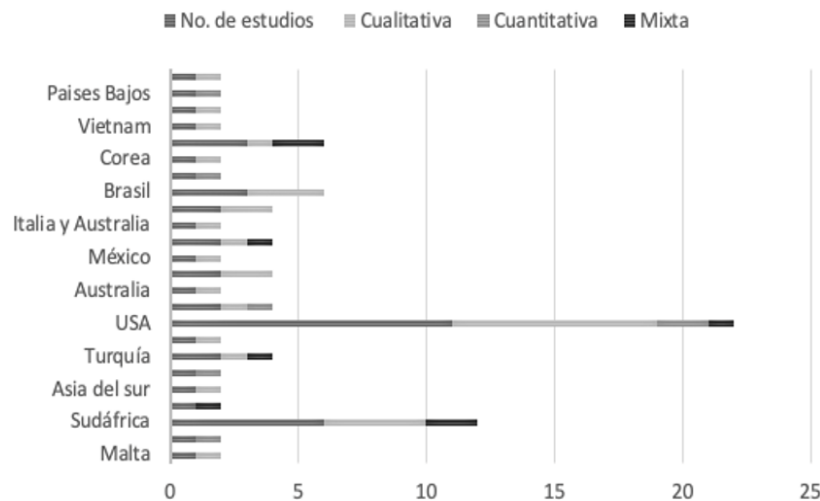


Figura 2. Países y metodología de estudios de DPD y AP

La figura 2 muestra que la investigación cualitativa sobresale, lo que parece indicar que esta describe de manera detallada el cómo y los resultados que se dan durante los programas DPD, lo cual contribuye a formular programas que fortalezcan los hallazgos positivos y a mejorar las falencias percibidas. Además, hay una gran oportunidad en este campo para los países y continentes con menor número de investigaciones reportadas al guiarse por

aquellos ya realizadas, teniendo en cuenta que estos estudios están liderados por Estados Unidos.

¿En qué consisten las estrategias de formación trabajadas con el profesorado de secundaria?

Estudio de Lecciones o Lesson Study (LS)

De los $n=49$ documentos $n=10$ corresponden a la estrategia LS. Este modelo promueve el trabajo colaborativo entre grupos de profesores (generalmente $n=5$). Para su desarrollo los profesores seleccionan un tema a enseñar en un grado específico y estudian el material curricular disponible. En el LS se realizan tres etapas: planificación detallada, implementación y evaluación sobre la lección implementada. Cada vez que se repiten las tres etapas mencionadas se completa un ciclo de formación. Dentro de los objetivos se destacan mejorar la práctica y tener un impacto positivo que favorezca el aprendizaje de los estudiantes (Lindvall, 2017), evaluar las mejoras docentes, bien sea de sus concepciones (Ni Shuilleabhain & Seery, 2018; Nguyen & Tran, 2022), conocimientos (Gomes et al., 2021; Potgieter & van der Walt, 2022), y otras dando cuenta de la práctica de enseñanza (Verhoef et al., 2015; Ramos-Rodríguez et al., 2021; Qi et al., 2022; Pang, 2016; Lomibao, 2016).

El LS es la más reportada de las estrategias de DPD, pretende mejorar la calidad de las clases de los profesores, porque la planificación conjunta contribuye a ampliar las formas de enseñanza (Lomibao, 2016; Pang, 2016). Los programas de intervención con un alto número de participantes que enfatizan en el conocimiento y en la práctica de enseñanza muestran tener un bajo impacto en el rendimiento de los estudiantes (Lindvall, 2017), mientras que estudios con grupos pequeños de profesores reportan efectos positivos en la calidad de enseñanza y en los conocimientos en tópicos como el currículo y contenidos matemáticos o cómo comunicarse mejor con los alumnos (Lomibao, 2016; Shuilleabhain & Seery, 2018; Gomes et al., 2021; Ramos-Rodríguez, et al., 2021; Nguyen & Tran, 2022; Potgieter & van der Walt, 2022). Otro factor que incide en el desarrollo del LS se asocia con el

tiempo que dure el programa y la frecuencia de las sesiones cuando se tiene más de cinco participantes, se reportan duraciones superiores a cuatro meses y 15 sesiones como mínimo, observándose beneficios en las prácticas de enseñanza asociadas con la participación de los estudiantes, la interacción y el interés de ellos por su proceso de aprendizaje (Verhoef, 2015; Pang, 2016) los cuales pueden ser mayores si los facilitadores conocen cómo aprenden los profesores (Qi et al., 2022). Además todos los estudios mencionan las bondades que tiene el LS en la reflexión, en la práctica, aun cuando no todos realicen la fase de implementación. Esto permite pensar que el LS tiene impacto positivo en la formación continua del profesor.

Comunidades prácticas (CP)

En total, $n=8$ documentos de los $n=49$ se apoyan en el enfoque de CP que proviene de la teoría de Wenger et al. (1998) y, que soporta los trabajos revisados. Wenger & otros (1998) mencionan que una CP es un tejido social para el aprendizaje, un espacio en el que se negocian significados. Es decir, el aprendizaje se da de forma conjunta a través de la interacción de un grupo de personas que se vinculan, comprometen, tienen objetivos en común y crean un sentido de pertenencia frente a aquello que están aprendiendo. En esta estrategia se resaltan dos procesos: la participación (proceso activo de aprendizaje) y la reificación (puntos de referencia de la trayectoria de negociación de significados).

En las estrategias reportadas con CP, resaltan las intervenciones sobre la enseñanza de una asignatura (Lee, 2013; Gómez-Blancarte & Miranda, 2021). También se observan estudios que enfatizan en las formas de enseñar las matemáticas, encontrándose los realizados por Jesús & Oliveira (2020) y Russell et al. (2022). Finalmente, se encuentran los reportados por Brodie & Shalem (2011), Visnovska & Cobb (2015), Matranga et al. (2020) y Matranga & Silverman (2020) que intervienen las prácticas docentes.

Las CP permiten la interacción entre profesores participantes y facilitadores, logrando intercambios de conocimiento en pro de diversas necesidades que se dan en el aula. El desarrollo de CP a través de conexiones online de forma sincrónica y asincrónica beneficia a los docentes porque les permite compartir experiencias profesionales y recibir comentarios, acciones altamente valoradas por ellos (Lee, 2013; Matranga & Silverman 2020). Además, admite la exploración de recursos multimedia contribuyendo a mejorar el pensamiento pedagógico de los profesores (Jesús & Oliveira, 2020) y a fortaleciendo la comunidad (Brodie & Shalem, 2011). Por otra parte, se destaca que el aprendizaje profesional no se produce por estar en el programa, sino por la interacción continua de la comunidad en los procesos de participación y reificación (Visnovska & Cobb, 2015; Matranga et al., 2020; Gómez-Blancarte & Miranda, 2021; Russell et al., 2022), aunque esto no garantiza que los profesores cambien su visión sobre la enseñanza. Es decir, que se alejen de prácticas transmisivas para realizar unas más centradas en los estudiantes (Russell et al., 2022).

Conocimiento del contenido pedagógico y/o específico de las matemáticas (C)

De los $n=49$ documentos, $n=4$ se ubican en este apartado porque no describen una estrategia de DPD o AP distinto a la referencia del conocimiento del contenido pedagógico y/o específico de las matemáticas. Los estudios que se presentan se soportan en las definiciones de conocimiento de contenido y pedagógico de contenido de Shullman (1986) y de conocimiento específico para la enseñanza de Ball (2009).

Dentro de las intervenciones sobre el conocimiento de la matemática se encuentran las de Nel & Luneta (2017), Harris et al. (2011) y Copur-Gencturk & Papakonstantinou (2016). El objetivo de las tres es mejorar “algún tipo” de conocimiento sobre la materia. Lo cual parece indicar que al lograr esto se mejora la práctica de enseñanza porque el profesor

mejora el dominio sobre las matemáticas escolares y así puede desarrollar actividades centradas en los estudiantes, diseñar actividades y modelos para el aula, lo cual incide en el rendimiento matemático de sus estudiantes.

Las intervenciones basadas en el C tienen en común el desarrollo de cursos intensivos con un número de participantes que va desde los 50 profesores. De manera que, la estrategia del C pareciera ser apropiada para trabajar con grupos grandes de docentes porque los cursos se fundamentan en un saber particular al identificarse vacíos en la enseñanza y el contenido (Harris et al., 2011; Nel & Luneta, 2017), no en la reflexión, planificación o toma de decisiones para la práctica de enseñanza. Además, permite que el profesor sea más autónomo en su proceso de formación al elegir las temáticas a profundizar en términos de contenidos (McMeeking et al., 2011) lo que podría influir a la hora de mejorar las competencias y el discurso matemático de sus estudiantes, como el propio (Copur-Gencturk & Papakonstantinou, 2016).

Uso del video (V)

Se encontraron $n = 4$ documentos de los $n=48$ que utilizan el video como estrategia. Los estudios revisados coinciden en que el video es una herramienta usada por los facilitadores para intervenir la práctica de enseñanza de los profesores, centrándose en el pensamiento de sus estudiantes y la comunicación académicamente productiva.

Los estudios que se soportan en la estrategia del video, permiten a los docentes reflexionar sobre su propia práctica con el objetivo de mejorarla (Visnovska & Cobb, 2013; Karsenty & Arcavi, 2017) Sherin & Dier, 2017; Chen et al., 2018), además, contribuye a la creación de los club de video para discutir entorno al contenido matemático del curso. De esta manera, se crean comunidades colaborativas de profesores que aprenden profesionalmente.

Por otra parte, se observa que el uso del V influye en la mejora de la enseñanza interactiva enmarcada en el contexto (Visnovska & Cobb, 2013) y en el reconocimiento y análisis del pensamiento matemático de los estudiantes (Sherin & Dier, 2017), el cual puede ser evidenciado a través de conversaciones académicamente productivas (Karsenty & Arcavi, 2017).

Esto sugiere que el V es una estrategia poderosa porque cuando los profesores reflexionan sobre sus acciones capturadas a través de un video o las de otros profesores, observan el conocimiento matemático para la enseñanza y cómo este incide en la planificación de clases (Karsenty & Arcavi, 2017). Lo que puede garantizar la construcción de secuencias didácticas adaptadas al contexto e intereses de los estudiantes y la promoción de comunidades de profesores, les permite formular estrategias que promuevan el pensamiento matemático de sus estudiantes, así como las conversaciones productivas sobre las matemáticas (Visnovska & Cobb, 2013).

Diseño de Tareas (DT)

El Diseño de Tareas (DT) aparece en $n=3$ de los $n=48$ documentos. Esta estrategia mejora el conocimiento de los profesores para diseñar y/o seleccionar tareas exigentes para la instrucción, influyendo positivamente en el aprendizaje de los estudiantes (Boston, 2013). Una tarea matemática se define como “una actividad de clase cuyo objetivo es centrar la atención de los alumnos en una idea matemática concreta” (Stein, 1996, p.460). Las características de una tarea están dadas por aquellos aspectos que los profesores consideran importantes a la hora de enseñar, como la participación, el razonamiento y la creación de sentido de sus alumnos (Stein, et al., 1996). Los tres documentos encontrados intervienen la enseñanza, el conocimiento o las prácticas del profesor.

El DT centra su atención en el contenido que se debe enseñar en el aula, las dificultades que los

estudiantes presentan al aprenderlo y las estrategias que propone el maestro para superarlas (Ratnayake et al., 2020). Las dos últimas actividades difieren de la estrategia de C, lo que permite deducir que el DT es más poderoso cuando se realiza la práctica de enseñanza, puesto que el profesor no solo selecciona, adapta y/o diseña la tarea sino que debe dar respuesta a las diferentes demandas cognitivas de sus estudiantes (Boston, 2013) para que logren los aprendizajes deseados. Estas acciones deben incidir en las creencias y prácticas de los profesores (Suryanti et al., 2022).

Por lo tanto, el DT se puede considerar como una poderosa estrategia para la formación continua de profesores porque refuerza su contenido matemático, mejora su capacidad para diseñar tareas que potencien el desarrollo de sus clases y promueve el debate y la reflexión sobre la tarea implementada (Boston, 2013; Ratnayake et al., 2020; Suryanti et al., 2022).

Resolución de Problemas (RP)

De los $n=48$, $n=3$ estudios se soportan en la RP, estrategia que promueve en los profesores las habilidades para formular y resolver problemas, así como para mejorar sus prácticas de enseñanza centradas en los estudiantes y el aprendizaje colaborativo (Saadati et al., 2021). Es un enfoque central en la enseñanza de las matemáticas en la escuela, puesto que permite alcanzar los objetivos de instrucción, la interacción con los estudiantes y el desarrollo de los contenidos de la matemática escolar (Leong et al., 2019).

Las tres estrategias de RP intervienen las prácticas docentes (Leong et al., 2019; Saadati et al., 2021; Kozakli Ulger et al., 2022). Esta estrategia permite que los profesores en una primera instancia aprendan a solucionar problemas para que luego puedan enseñar a sus estudiantes cómo hacerlo. Sin embargo, no es la única finalidad. Los estudios sugieren que la tarea más compleja es que el docente

aprenda a formular problemas para realizar los procesos de enseñanza (Kozakli Ulger et al., 2022). Esta estrategia es muy interesante porque no solo se aborda desde la didáctica de las matemáticas, sino también para la formación inicial del profesorado y la continua. La ventaja que presenta es la coherencia a lo largo de preparación docente y el desarrollo de prácticas de enseñanza centradas en el estudiante (Saadati et al., 2021) o como lo menciona Kozakli Ulger et al. (2022) enmarcada en modelo constructivista.

La RP permite que los aprendizajes de los estudiantes se basen en el hacer y el reflexionar ((Leong et al, 2019; Saadati et al., 2021; Kozakli Ulger et al., 2022), acciones que pueden garantizar un proceso más activo y menos enmarcado en la repetición y memorización que son prácticas de enseñanza centradas en el profesor.

En general la RP conlleva a mejorar la autoeficacia del profesor frente a cómo resolver problemas y enseñar a sus estudiantes a hacerlo (Saadati et al., 2021). Situación que puede favorecer las reformas educativas, puesto que el trabajo debe iniciarse desde el aula, allí es el lugar en dónde se dan los cambios en la enseñanza favoreciendo el aprendizaje de los estudiantes (Leong et al., 2019).

Educación Matemática Realista (EMR)

De los n=48 documentos, n=2 trabajan la EMR. El pionero de este enfoque fue Freudenthal, quien consideraba que las matemáticas eran una actividad propia del hombre (Freudenthal, 1991). En este enfoque los estudiantes asumen un rol activo en su proceso de aprendizaje porque las situaciones matemáticas que se les presenta son realistas (contextos reales, semireales o de la matemática). En suma, los procesos de enseñanza aprendizaje deben llevarse a cabo bajo problemas contextuales que van aumentando su dificultad. La enseñanza está centrada en el estudiante, permitiendo la creación de sus propios modelos y estrategias y, la

matematización (Khairunnisak et al., 2022). Los problemas deben estar conectados con la experiencia de los estudiantes y las necesidades de la sociedad (Ndlovu, 2014).

Los documentos encontrados basados en la EMR desarrollan la enseñanza de un tema específico de las matemáticas escolares e intervienen las prácticas. Por tanto, median el conocimiento de la materia, el de contenido y el pedagógico (Ndlovu, 2014), además, promueve prácticas de enseñanza orientadas por trayectorias de aprendizaje (Khairunnisak et al., 2022).

Esta estrategia tiene como ventaja el conocimiento de un enfoque didáctico para la enseñanza de la matemática, la EMR con la cual son formados los docentes y estos a su vez a los estudiantes. Para ello estudian los principios de este enfoque (Ndlovu, 2014, Khairunnisak et al., 2022), lo que puede permitir que los procesos de enseñanza aprendizaje se realicen a través de los tres contextos de las matemáticas y así desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes. Sin embargo, Khairunnisak et al. (2022) menciona que el principio que no se comprende bien de este enfoque es el de la realidad, puede ser porque este responde a los contextos de los estudiantes.

Transposición Metadidáctica (MDT)

La MDT es derivada del concepto de transposición didáctica de Chevallard (1991). Se encontraron n=2 de n=48 investigaciones. La MDT considera el cambio de las prácticas de los profesores, relacionadas con los factores internos y externos que influyen en sus creencias y acciones. Describe los hallazgos que surgen en un grupo de profesores e investigadores que trabajan de forma colaborativa en un curso educativo para mejorar sus prácticas en el aula (Prodromou et al., 2018; Taranto & Arzarello, 2020). Lo que se busca con este modelo es que las praxeologías didácticas del profesor (tareas, discursos, técnicas) evolucionen a partir de las

praxeologías metadidácticas de los investigadores y viceversa. Esto sucede trasponiendo conocimientos, habilidades, prácticas de enseñanza enmarcadas en las instituciones (planes de estudios, libros de texto, pruebas estandarizadas) (Azarello et al., 2014).

Taranto & Azarello (2020) reportan una estrategia centrada en contenidos de las matemáticas, a través de un MOOC soportado en trayectorias de aprendizaje para aumentar las competencias profesionales y prácticas de los profesores. Usando recursos similares Prodromou et al. (2018) informan sobre un programa para profesores de dos países, con trabajo colaborativo a través de Moodle e implementación de lo aprendido en las aulas. El objetivo era integrar el software Geogebra en su práctica diaria.

Los dos estudios coinciden en que la MDT permite a los facilitadores profundizar en la práctica de los profesores, de forma que contribuyen con la evolución de éstas para todos. Los programas sustentados en la MDT permiten a los profesores compartir en comunidad (a través de foros) sus propias praxeologías para que todos los participantes aprendan entre sí y les sirvan como recurso para su práctica en el aula, ayudándoles en la solución de problemas cotidianos. Sin embargo, no implica que los participantes evolucionen de la misma forma o que tengan los mismos avances, los cambios dependen de sus conocimientos, estudios, experiencia y otros factores (Prodromou et al., 2018).

Otros enfoques (O)

En este apartado se encuentran los n=13 documentos restantes de los n=48, los cuales presentan estrategias de DPD distintas a las descritas. A continuación se describen las estrategias usadas. Con relación a la intervención frente a la enseñanza de las matemáticas se identificaron n=3 estudios (Souza, et al., 2015; Wilkie, 2019; de Vries et al., 2022). Wilkie (2019) reporta un programa de dos meses de duración cuyo enfoque

fue el de la Investigación basada en el diseño para la enseñanza del álgebra. Este se centra en el aprendizaje de los profesores y de los alumnos al mismo nivel. El siguiente especifica que el programa se formuló desde la Enseñanza de Desarrolló Profesional Continuo aterrizado a la enseñanza de la estadística. Souza, et al. (2015) afirman que este prepara a los profesores para formas innovadoras de enseñanza y sus desafíos al proporcionarles los conceptos y contenidos necesarios. El último, es el Enfoque Dinámico reportado por de Vries et al. (2022), mencionan que este permite mejorar las competencias de los profesores teniendo en cuenta sus necesidades profesionales, para que se refleje en el rendimiento de los estudiantes.

La metodología implementada por Wilkie (2019) y Souza et al. (2015) concuerda en las fases: sesión instructiva-orientación; planificación en ambos casos; práctica-aplicación; observación; reflexión-análisis; respectivamente. Se puede decir que estos dos enfoques son pragmáticos puesto que se enseñaban estrategias y elaboración de instrumentos para luego ser aplicados en sus aulas, lo que permite deducir la integración de los conocimientos aprendidos a su práctica.

Dentro de los programas que tienen como pretensión mejorar y/o fortalecer algún tipo de conocimiento en los profesores, se encontraron n=5 estudios (Berger & Bowie, 2012; Witterholt et al., 2012; Tan & Ang, 2016; da Silva et al., 2021; Marfuah et al., 2022). Estos a diferencia de los de C, si cuenta con una estrategia. Berger & Bowie (2012) enfatizan en el Discurso Matemático, entendido como una actividad grupal pautada, en la que la comunicación se caracteriza por palabras, representaciones visuales y narraciones, que permiten codificar, modificar y ampliar el discurso de las matemáticas. La abordada por Witterholt et al. (2012) responde al Modelo Interconectado del Crecimiento en la que a través de ciclos recurrentes se organizan actividades de reflexión y acción. Otra, es Basada en la Escuela, que de acuerdo con Tang & Ang (2016) que promueve

el desarrollo de contenidos y las habilidades para modelar de los profesores.

Los dos últimos de intervención al conocimiento son los de da Silva et al. (2021) y Marfuah et al. (2022). El primero, realiza su intervención desde la integración del conocimiento del profesor con el uso de TIC, también conocido como TPACK. Este programa se ofreció en Moodle y se llamó "Desarrollo de Apps y Juegos Lógicos Digitales con GeoGebra". Y el segundo que también se soporta en los mismos recursos digitales, usa la Metatecnopedagogía, la cual alude a la capacidad que tiene el profesor para poner a interactuar la pedagogía, didáctica y tecnología en la enseñanza.

Como se observa los 5 programas anteriores tienen la intención de mejorar el dominio del conocimiento del profesor, lo que sugiere que fortalecer esta competencia, incide en los procesos de reflexión, debate, integración de nuevos recursos tecnológicos, pedagógicos y didácticos de los maestros y a su vez en las prácticas de enseñanza, siendo más centradas en los estudiantes.

Frente a intervenciones que buscan transformar la práctica, se encuentran n=2, las realizadas por Calleja (2021) que también intervienen las creencias autoinformadas en profesores que enseñan matemáticas a través de la Enseñanza Basada en la Indagación. Esta estrategia se origina en el constructivismo cognitivo, centra la enseñanza en el estudiante y el aprendizaje está impulsado por preguntas. Y Bonghanoy et al. (2019) hacen uso del Aprendizaje Transformador en el Aula, es una teoría para el aprendizaje de adultos donde a partir de conjeturas desorientadoras buscan desafiar el pensamiento de los profesores durante un periodo que osciló entre los tres y seis meses.

Esto programas sugieren la importancia que tiene el estar formulando preguntas y juicios a través de la observación de los hechos matemáticos, no solo en la formación de profesores sino para el desarrollo

del pensamiento matemático de los estudiantes y la mejora en su rendimiento, a través de la realización de material didáctico (Bonghanoy et al., 2019) y la planificación conjunta (Calleja, 2021)

Finalmente se encuentra los trabajos de Bas-Ader et al. (2021) quienes intervinieron el aprendizaje tomando la percepción de los profesores durante tres años sobre el pensamiento matemático de los estudiantes a través del Modelado de Artefactos en el Aula (MEA). Por otra parte, Courtney (2017) busca comprender las formas de pensar de los profesores durante el programa a través de la Lección Modelo, la cual los orienta a que construyan una lógica de la implementación recientemente realizada, replicando los ejemplos del curso.

Se puede decir que el programa de Bas-Ader et al. (2021) resalta sobre el de Courtney (2017) porque se enfatizó en la elicitación de modelos asociados a temas que enseñaban los participantes, para que documentaran las ideas y conjeturas observadas en sus estudiantes al solucionar los MEA. Luego discutían su experiencia con otros profesores y los facilitadores, lo que les permitía implementar estrategias para mejorar el desempeño de sus estudiantes. Mientras que, en el otro, solamente los profesores repetían la lección en el aula de clase con la que estaban siendo formados. Esto parece indicar que el primer enfoque retoma las dificultades y fortalezas de los estudiantes para superarlas o potenciarlas a diferencia del segundo, que el objetivo pareciera ser reproducir una buena lección.

¿Cuáles son los cambios u obstáculos reportados por las estrategias formativas en el aprendizaje de los estudiantes, en la práctica de enseñanza y en las concepciones y creencias?

Estrategias que reportan cambios en los estudiantes

Son pocos los estudios de esta revisión que centran su atención en los cambios que tienen los

estudiantes después del DPD realizado por sus profesores. Sin embargo, se encuentran los de Berger & Bowie (2012) y Copur-Gencturk & Papakonstantinou (2016), quienes mencionan que los estudiantes modificaron positivamente su discurso matemático al utilizar términos matemáticos precisos y, siendo más rigurosos en su definición. Y el de Bonghanoy et al. (2019) donde logran que los estudiantes se interesen por la asignatura, se vuelvan críticos, asimilen más contenidos y los integren a situaciones reales. Esto sugiere, que los futuros programas de DPD o AP deben abarcar no solo los aspectos de formación docente, sino cómo inciden estos en el pensamiento y -rendimiento en las matemáticas de los estudiantes.

Estrategias que reportan cambios en la práctica de enseñanza

En los documentos revisados se observaron cambios de la práctica en tres aspectos: el primero, el discurso matemático usado para enseñar a sus estudiantes y promover conversaciones ricas en contenido disciplinar (Copur-Gencturk & Papakonstantinou, 2016), desarrolladas con estrategias como las representaciones matemáticas para la solución de tareas (Russell, 2022); el segundo, la explicitación por parte de los profesores de los objetivos de la clase a sus alumnos (que esperan que aprendan) (Pang, 2006; Copur-Gencturk & Papakonstantinou, 2016). Por último, el desarrollo de competencias docentes para mejorar la enseñanza a través de la planeación colaborativa, la observación y discusión de ésta (de Vries et al., 2022). Cabe anotar que estos cambios no necesariamente se mantienen en el tiempo, hecho que según Copur-Gencturk & Papakonstantinou (2016) está influenciado por la corta duración del curso de DPD.

Estrategias que reportan cambios tanto en las prácticas de enseñanza como en el aprendizaje de estudiantes

En los documentos revisados se encuentra como cambio en común las prácticas de enseñanza y aprendizaje centradas en los estudiantes. El estudio de Callejas (2021) logró estos en los docentes a porque ellos primero estuvieron expuestos al método de enseñanza basado en la indagación y luego lo replicaron en sus aulas. La EMR y las trayectorias de aprendizaje, permitieron la transformación de las prácticas (Khairunnisak et al., 2022). Otro factor, es el contexto, donde se enfatiza para relacionar la realidad con las matemáticas escolares y a través de la planificación conjunta se fortalece el trabajo en comunidad (Vínovska & Cobb, 2013). El uso de softwares específicos, como Geogebra, contribuyó a mejorar las prácticas porque facilitó la visualización de los objetos matemáticos y la interacción con los estudiantes (Prodromou et al., 2018). Cabe aclarar que no todos los profesores logran el mismo desarrollo profesional en sus prácticas, puesto que esto depende de sus conocimientos, motivación, praxeologías, experiencia, entre otros aspectos (Prodromou et al., 2018).

Estrategias que solo cambiaron concepciones y creencias sin llegar a la práctica ni al aprendizaje de los estudiantes.

El estudio de Nguyen y Tran (2022) menciona que los profesores cambiaron su creencia de ser transmisores de conocimiento a facilitadores. Calleja (2021) muestra que los profesores lograron moverse de creencias instrumentalistas a platonistas, de platonistas a resolución de problemas o de instrumentalistas a resolución de problemas. También, las creencias sobre el discurso en el aula y su efectividad mejoraron en los docentes del estudio de Chen (2020), así como las asociadas a la eficacia para resolver problemas (Saadati et al., 2021).

Discusión Final y Conclusiones

Para la pregunta 1: ¿Cuáles son las estrategias formativas implementadas para formar a los profesores de secundaria de matemáticas? Se encontró que durante los últimos 12 años las estrategias implementadas de DPD en profesores de matemáticas en secundaria son diversas y generalmente se apoyan en varios enfoques. Se destacan dos estrategias por ser las más reportadas en la literatura revisada que comparten el trabajo colaborativo y la reflexión y, su intervención está dirigida a la práctica el conocimiento, las creencias y/o habilidades matemáticas. La primera, es el LS caracterizado por el trabajo colaborativo que realizan los profesores para implementar una lección mejorando la práctica. La literatura muestra la eficacia que esta tiene en la mejora del conocimiento matemático de los profesores (Lomibao, 2016), el contenido del currículo y la pedagogía (Pang, 2016) y, los cambios en las creencias y prácticas que permitan fortalecer la enseñanza centrada en los estudiantes (Lewis et al., 2009; Verhoef, et al., 2015; Ni Shuilleabhain & Seery, 2018; Nguyen & Tran, 2022), en general el crecimiento profesional de los profesores (Qi et al., 2022). También se observa su coherencia con prácticas constructivistas de enseñanza aprendizaje, en la que se desarrollan habilidades de resolución de problemas, modelización matemática (Ramos-Rodríguez, et al., 2021). A pesar de todas las ventajas que presenta el LS son reducidos los estudios que se realizan con profesores de secundaria en ejercicio con relación a los de primaria (Gomes et al., 2021).

La segunda, son las CP caracterizadas por la participación y la reificación. En la primera, los profesores expresan sus ideas, experiencias y debaten y, la segunda, se derivan los productos del proceso anterior. Por ejemplo, la planificación consensuada de una lección (Jesús & Oliveira, 2020; Gómez-Blancarte & Miranda, 2021). El trabajo colaborativo, se condensa a través de lo que se denomina una comunidad “práctica”, caracterizada por el compromiso de todos los participantes, el

logro de unas metas en común y unas experiencias compartidas (Matranga, et al., 2020; Matranga & Silverman, 2020), siendo la comunicación acertada y satisfactoria entre los participantes un aspecto vital (Lee, 2013). Esta estrategia generalmente, se desarrolla en línea porque es un contexto más viable para los profesores (Matranga & Silverman, 2020) o en modo híbrido (Lee, 2013). Además, permite la formación de líderes que repliquen lo aprendido en los cursos (Matranga, et al., 2020).

También se encontraron otras estrategias con un número menor de estudios reportados con relación a las dos anteriores. Estas se basan en el C, la MDT, la RP, la EMR, entre otras, que ya fueron descritas. Al igual que las otras dos, pretenden cualificar el desempeño profesional. En resumen, los estudios mencionan que la progresión de los cambios o mejoras profesionales son un proceso complejo independientemente de la duración del programa de DPD (Harris et al., 2011; Bas-Ader et al., 2021), que se deben tener en cuenta los resultados de los programas ya implementados para crear unos más eficaces (Saadati et al., 2021), seguir dando relevancia al trabajo en comunidad o colaborativo (Visnovska & Cobb, 2013), el uso de la tecnología (Bueno et al., 2021; Copur-Gencturk & Papakonstantinou, 2016; Sherin & Dier, 2017), el trabajo bidireccional con el facilitador (Souza, et al., 2015; Nel & Luneta, 2017), y las necesidades formativas de los profesores (Sample McMeeking, et al., 2019; Bonghanoy, et al., 2019).

Con respecto a la pregunta 2: ¿En qué consisten las estrategias de formación trabajadas con el profesorado de secundaria? De manera general, las estrategias reportadas coinciden en el trabajo colaborativo, lo que beneficia la discusión, la realización de la planificación, implementación y reflexión en la práctica. Aunque no son las únicas herramientas, encontrándose la observación de videos, la implementación de cuestionarios para valorar algún aspecto que se interviene durante el programa, las entrevistas y el uso de plataformas digitales. Los DPD reportados, como ya se ha

mencionado, tienen en común el crecimiento profesional de los profesores de matemáticas para realizar prácticas eficaces (Copur-Gencturk & Papakonstantinou, 2016, Wilkie, 2019, Saadati, et al., 2021; Qi et al., 2022), prácticas centradas en los estudiantes (Lee, 2013; Nel & Luneta, 2017; Wilkie, 2019, Jesús & Oliveria, 2020; Ratnayake, 2020, Matranga & Silverman, 2020), con principios constructivistas (Ni Shuilleabhain & Seery, 2018) en las que el error se considera como una oportunidad de enseñanza aprendizaje (Brodie & Shalem, 2011).

Los investigadores coinciden que para que los programas de DPD sean de impacto, no deben centrarse únicamente en el contenido, sino que deben incluirse oportunidades de aprendizaje colaborativo entre todos los participantes (Ratnayake et al. 2020; Gómez-Blancarte & Miranda, 2021) y cursos que estén de acuerdo con las afinidades y gustos de los profesores, hecho que les genera mayor confianza en sus prácticas (Sample McMeeking, et al., 2019). Por tanto, se deben promover discusiones entre ellos en torno a las actividades realizadas, lo que permite mejorar la experiencia de los docentes durante el curso (Pang, 2016; Chen, 2020, Bas-Ader, et al., 2021).

Finalmente, con la pregunta 3: ¿Cuáles son los cambios u obstáculos reportados por las estrategias formativas en el aprendizaje, en la práctica de enseñanza y en las concepciones y creencias? De acuerdo con Valoyes-Chávez (2019) los profesores de matemáticas se encuentran centrados en discursos tradicionales, siendo ellos el centro de la enseñanza y cuyo objetivo es la transmisión de contenidos matemáticos, situación arraigada a la experiencia y a la formación, lo que hace difícil que los cambios en la práctica perduren en el tiempo. Asimismo, Wilkie (2019) y Ndlovu (2014) mencionan que los enfoques tradicionales para la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria siguen vigentes y son resistentes al cambio (Souza, et al., 2015). Por tanto, enfrentarse a nuevas formas de realizar la práctica en el aula puede generar conflicto e incomodidad a los

participantes (Boston, 2013; Ndlovu, 2014), porque ya están acostumbrados a las prácticas habituales (transmisión, rutinas, repetición).

Otros obstáculos está relacionado con la imposibilidad de generalizar los resultados de los estudios en el país en el que se desarrollan y peor para otros, debido a que las muestras que participan en los DPD son muy pequeñas (de Vries et al., 2020; Potgieter & van der Walt, 2022; Qi, et al., 2022), sumado al tiempo de implementación del curso y de observación de la práctica después del DPD, hechos que no permiten visibilizar si los cambios logrados se mantienen (Nel & Luneta, 2017; Potgieter & van der Walt, 2022); el desconocimiento del uso de la tecnología por parte de los profesores para interactuar en cursos de modalidad mixta (Ndlovu, 2014; Saadati et al., 2021, Khairunnisak et al., 2022)y; el no afectar positivamente el rendimiento académico de los estudiantes (Lindvall, 2017).

Con relación a los cambios Calleja (2021) presenta los logrados en las creencias autoinformadas de la práctica, en las que los profesores reportan su paso de unas instrumentales a unas más constructivistas, de manera que la práctica está generalmente centrada en los estudiantes (Jesús & Oliveria, 2020; Saadati et al., 2021). También se reportaron mejoras en el contenido matemático durante la instrucción permitiendo el desarrollo de habilidades matemáticas (Lomibao, 2016; Lindvall, 2017) y; en el discurso matemático de los profesores, haciendo que sus conversaciones sean profundas y consolidando el trabajo en red colaborativa (Matranga & Silverman, 2022), así como sus procesos reflexivos (Karsenty & Arcavi, 2017) y la autoeficacia para resolver y enseñar a resolver problemas (Saadati et al., 2021).

Referencias

Arzarello, F., Robutti, O., Sabena, C., Cusi, A., Garuti, R., Malara, N., & Martignone, F. (2014). Meta-didactical transposition: A theoretical model for teacher education programmes. *The mathematics*

- teacher in the digital era: An international perspective on technology focused professional development*, 347-372. https://link.springer.com/orkentry/10.1007/978-3-319-77487-9_100012-1
- Ball, D. L., Sleep, L., Boerst, T. A., & Bass, H. (2009). Combining the development of practice and the practice of development in teacher education. *The Elementary School Journal*, 109(5), 458-474. <http://www.journal.uchicago.edu>
- Bas-Ader, S., Erbas, A. K., Cetinkaya, B., Alacaci, C., & Cakiroglu, E. (2021). Secondary mathematics teachers' noticing of students' mathematical thinking through modeling-based teacher investigations. *Mathematics Education Research Journal*, 1-26. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00389-4>
- Berger, M., & Bowie, L. (2012). A course on functions for in-service mathematics teachers: Changing the discourse. *Education as Change*, 16(2), 217-229. <https://doi.org/10.1080/16823206.2012.745751>
- Bonghanoy, G. B., Sagpang, A. P., Alejan Jr, R. A., & Rellon, L. R. (2019). Transformative Professional Development for Mathematics Teachers. *Journal on Mathematics Education*, 10(2), 289-302. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1218136.pdf>
- Boston, M. D. (2013). Connecting changes in secondary mathematics teachers' knowledge to their experiences in a professional development workshop. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 7-31. <https://doi.org/10.1007/s10857-012-9211-6>
- Brodie, K., & Shalem, Y. (2011). Accountability conversations: Mathematics teachers' learning through challenge and solidarity. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 419-439. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9178-8>
- Calleja, J. (2021). Changes in mathematics teachers' self-reported beliefs and practices over the course of a blended continuing professional development programme. *Mathematics Education Research Journal*, 1-27. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00366-x>
- Copur-Gencturk, Y., & Papakonstantinou, A. (2016). Sustainable changes in teacher practices: A longitudinal analysis of the classroom practices of high school mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19, 575-594. <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9310-2>
- Courtney, S. A. (2017). What teachers understand of model lessons. *Cogent Education*, 4(1), 1296528. [10.1080/2331186X.2017.1296528](https://doi.org/10.1080/2331186X.2017.1296528)
- Chen, J. C., Lin, F. L., & Yang, K. L. (2018). A novice mathematics teacher educator–researcher's evolution of tools designed for in-service mathematics teachers' professional development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21, 517-539. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9396-9>
- Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. *Del saber sabio al saber enseñado*, 3.
- da Silva Bueno, R. W., Lieban, D., & Ballejo, C. C. (2021). Mathematics teachers' TPACK development based on an online course with Geogebra. *Open Education Studies*, 3(1), 110-119. <https://doi.org/10.1515/edu-2020-0143>
- de Vries, J. A., Dimosthenous, A., Schildkamp, K., & Visscher, A. J. (2022). The impact on student achievement of an assessment for learning teacher professional development program. *Studies in Educational Evaluation*, 74, 101184. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2022.101184>
- Ehrenfeld, N. (2022). Framing an Ecological Perspective on Teacher Professional Development.

- Educational Researcher*, 51(7), 489-495. <https://doi.org/10.3102/0013189X221112113>
- Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for research in mathematics education*, 27(4), 403-434. <https://www.jstor.org/stable/749875>
- Fraser, C., Kennedy, A., Reid, L., & Mckinney, S. (2007). Teachers' continuing professional development: Contested concepts, understandings and models. *Professional Development in Education*, 33, 153-169. <https://doi.org/10.1080/13674580701292913>
- Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics education. China lectures. Dordrecht: *Kluwer Academic Publishers*. <https://link.springer.com/book/10.1007/0-306-47202-3>
- Gomes, P., Quaresma, M., & da Ponte, J. P. (2021). A lesson study with mathematics teachers: learning about communication in the classroom. *Acta Scientiae*, 23(5), 126-152. <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/6666>
- Gómez-Blancarte, A. L., & Miranda, I. (2021). Participation and reification: two basic design principles for mathematics professional development programs. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 21, 625-638. <https://doi.org/10.1007/s42330-021-00175-1>
- Harris, G., Stevens, T., & Higgins, R. (2011). A professional development model for middle school teachers of mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(7), 951-96. [10.1080/0020739X.2011.611908](https://doi.org/10.1080/0020739X.2011.611908)
- Jesus, C. C. D., Cyrino, M. C., & Oliveira, H. M. D. (2020). Mathematics teachers' learning on Exploratory Teaching: analysis of a Multimedia Case in a Community of Practice. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 22(1), 112-133. [10.17648/acta.scientiae.5566](https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5566)
- Karsenty, R., & Arcavi, A. (2017). Mathematics, lenses and videotapes: A framework and a language for developing reflective practices of teaching. *Journal of mathematics teacher education*, 20, 433-455. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9379-x>
- Khairunnisak, C., Johar, R., Maulina, S., Zubainur, C. M., & Maidiyah, E. (2022). Teachers' understanding of realistic mathematics education through a blended professional development workshop on designing learning trajectory. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-24. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2038800>
- Kitta, S. (2015). Development of mathematics teachers: Experience from Tanzania. *International Journal of Educational Sciences*, 8(1), 165-175. <https://doi.org/10.1080/09751122.2015.11917602>
- Kozakli Ulger, T., Bozkurt, I., & Altun, M. (2022). Analyzing In-Service Teachers' Process of Mathematical Literacy Problem Posing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(3). <https://doi.org/10.29333/iejme/11985>
- Lee, H. J. (2013). Conceptual framework of a blended professional development for mathematics teachers. *Online Learning Journal*, 17(4). <https://doi.org/10.24059/olj.v17i4.353>
- Leong, Y. H., Tay, E. G., Toh, T. L., Quek, K. S., & Yap, R. A. S. (2019). Concretisations: A support for teachers to carry out instructional innovations in the mathematics classroom. *International*

- Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 365-384. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9868-5>
- Lindvall, J. (2017). Two large-scale professional development programs for mathematics teachers and their impact on student achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 1281-1301. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9750-x>
- Lomibao, L. S. (2016). Enhancing mathematics teachers' quality through Lesson Study. *SpringerPlus*, 5(1), 1590. <https://doi.org/10.1186/s40064-016-3215-0>
- Mansour, N. (2009). Science teachers' beliefs and practices: Issues, implications and research agenda. *International Journal of Environmental and Science Education*, 4(1), 25-48. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ884384.pdf>
- Marfuah, M., Suryadi, D., Turmudi, T., & Isnawan, M. G. (2022). Providing Online Learning Situations for In-Service Mathematics Teachers' External Transposition Knowledge during COVID-19 Pandemic: Case of Indonesia. *Electronic Journal of E-Learning*, 20(1), 69-84. <https://doi.org/10.34190/ejel.20.1.2388>
- Matranga, A., Silverman, J., Koku, E., Klein, V., & Shumar, W. (2020). The Leadership Identification Tool: Maintaining the Quality of Interactions in Online Professional Learning Communities of Teachers. *Journal of Interactive Learning Research*, 31(3), 173-196. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1282702>
- Matranga, A., & Silverman, J. (2020). An emerging community in online mathematics teacher professional development: an interactional perspective. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1-27. <https://doi.org/10.1007/s10857-020-09480-2>
- McMeeking, L. B. S., Orsi, R., & Cobb, R. B. (2012). Effects of a teacher professional development program on the mathematics achievement of middle school students. *Journal for research in mathematics education*, 43(2), 159-181. <https://www.jstor.org/stable/10.5951/jresmetheduc.43.2.0159>
- Ndlovu, M. (2014). The effectiveness of a teacher professional learning programme: The perceptions and performance of mathematics teachers. *Pythagoras*, 35(2), 1-10. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1209541.pdf>
- Nel, B., & Luneta, K. (2017). Mentoring as professional development intervention for mathematics teachers: A South African perspective. *Pythagoras*, 38(1), 1-9. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1209158.pdf>
- Nguyen, D. T., & Tran, D. (2022). High school mathematics teachers' changes in beliefs and knowledge during lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1-26. <https://doi.org/10.1007/s10857-022-09547-2>
- Ni Shuilleabhain, A., & Seery, A. (2018). Enacting curriculum reform through lesson study: a case study of mathematics teacher learning. *Professional development in education*, 44(2), 222-236. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1170551>
- Pang, J. (2016). Improving mathematics instruction and supporting teacher learning in Korea through lesson study using five practices. *ZDM*, 48, 471-483. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0768-x>
- Potgieter, E., & vander Walt, M. (2022). Metacognitive awareness and the zone of proximal intermediate phase mathematics teachers' professional development. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(8), em2134. <https://doi.org/10.29333/ejmste/12206>

- Prodromou, T., Robutti, O., & Panero, M. (2018). Making sense out of the emerging complexity inherent in professional development. *Mathematics Education Research Journal*, 30, 445-473. [10.1007/s13394-017-0229-z](https://doi.org/10.1007/s13394-017-0229-z)
- Qi, C., Liu, X., Wang, R., Zhang, J., Fu, Y., & Huang, Q. (2022). Contradiction and its solutions in the mathematics teacher–researcher partnership: an activity theory perspective. *ZDM–Mathematics Education*, 54(3), 639-652. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1341483>
- Ramos-Rodríguez, E., Fernández-Ahumada, E., & Morales-Soto, A. (2021). Effective teacher professional development programs. A case study focusing on the development of mathematical modeling skills. *Education Sciences*, 12(1), 2. <https://doi.org/10.3390/educsci12010002>
- Ratnayake, I., Thomas, M., & Kensington-Miller, B. (2020). Professional development for digital technology task design by secondary mathematics teachers. *ZDM*, 52, 1423-1437. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01180-8>
- Russell, J. L., DiNapoli, J., & Murray, E. (2022). Documenting professional learning focused on implementing high-quality instructional materials in mathematics: the AIM–TRU learning cycle. *International Journal of STEM Education*, 9(1), 46. <https://doi.org/10.1186/s40594-022-00362-y>
- Saadati, F., Chandia, E., Cerda, G., & Felmer, P. (2021). Self-efficacy, practices, and their relationships; the impact of a professional development program for mathematics teachers. *Journal of mathematics teacher education*, 1-22. <https://doi.org/10.1007/s10857-021-09523-2>
- Sherin, M. G., & Dyer, E. B. (2017). Mathematics teachers' self-captured video and opportunities for learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20, 477-495. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9383-1>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14. <https://www.jstor.org/stable/1175860>
- Simon, S. & Campbell, S. (2012). Teacher learning and professional development in science education. En: B.J. Fraser et al. (Eds.), *Second International Handbook of Science Education*. Springer Science. https://eclass.uowm.gr/modules/document/file.php/E%A3%CF%80%CF%8D%CF%81%CF%84%CE%BF%CF%85/Literature/2012_Second%20International%20Handbook%20of%20Science%20Education.pdf
- Smith, M., & Stein, M. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Souza, L. D. O., Lopes, C. E., & Pfannkuch, M. (2015). Collaborative professional development for statistics teaching: A case study of two middle-school mathematics teachers. *Statistics Education Research Journal*, 14(1), 112-134. <https://iase-web.org/ojs/SERJ/article/view/271/172>
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, 33(2), 455-488. <https://www.jstor.org/stable/1163292>
- Suryanti, S., Nusantara, T., Parta, I. N., & Irawati, S. (2022). Problem-based task in teacher training program: Mathematics teachers' beliefs and practices. *Journal on Mathematics Education*, 13(2), 257-274. <https://doi.org/10.22342/jme.v13i2.pp257-274>

- Tan, L. S., & Ang, K. C. (2016). A school-based professional development programme for teachers of mathematical modelling in Singapore. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19, 399-432. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1113946>
- Taranto, E., & Arzarello, F. (2020). Math MOOC UniTo: An Italian project on MOOCs for mathematics teacher education, and the development of a new theoretical framework. *ZDM*, 52(5), 843-858. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1263897>
- Valoyes-Chávez, L. (2019). On the making of a new mathematics teacher: Professional development, subjectivation, and resistance to change. *Educational Studies in Mathematics*, 100(2), 177-191. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9869-5>
- Van Staden, C. J., & Van der Westhuizen, D. (2013). Learn 2.0 technologies and the continuing professional development of secondary school mathematics teachers. *Journal for New Generation Sciences*, 11(2), 141-157. <http://hdl.handle.net/11462/642>
- Verhoef, N. C., Coenders, F., Pieters, J. M., van Smaalen, D., & Tall, D. O. (2015). Professional development through lesson study: teaching the derivative using GeoGebra. *Professional development in education*, 41(1), 109-126. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1047181>
- Visnovska, J., & Cobb, P. (2013). Classroom video in teacher professional development program: Community documentational genesis perspective. *ZDM*, 45, 1017-1029. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0523-5>
- Visnovska, J., & Cobb, P. (2015). Learning about whole-class scaffolding from a teacher professional development study. *Zdm*, 47, 1133-1145. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0739-7>
- Wenger, E. (1998). Communities of practice: Learning as a social system. *Systems thinker*, 9(5), 2-3. <https://doi.org/10.1177/135050840072002>
- Wilkie, K. J. (2019). The challenge of changing teaching: Investigating the interplay of external and internal influences during professional learning with secondary mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22, 95-124. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9376-0>
- Witterholt, M., Goedhart, M., Suhre, C., & van Streun, A. (2012). The interconnected model of professional growth as a means to assess the development of a mathematics teacher. *Teaching and Teacher education*, 28(5), 661-674. <https://eric.ed.gov/?id=EJ965504>