

REVISTA

PERSPECTIVAS

UFPS

Original Article

<https://doi.org/10.22463/25909215.4111>

Enseñanza Del Área De Figuras Planas Bajo El Enfoque De Resolución De Problemas

Teaching The Area Of Plane Figures Under The Problem Solving Approach

Ivana Fernanda Urbano-Urbano^{1*}, Neyer Farley Gaviria-Garcés², Oscar Fernando Soto³

¹Maestría en Educación Matemática en Formación, uivanafer@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4188-5576, Universidad de Nariño, Pasto, Colombia.

²Maestría en Educación Matemática en Formación, gneyerg@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2003-7305, Universidad de Nariño, Pasto, Colombia.

³Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, fsoto@udenar.edu.co, ORCID: 0009-0000-1234-5450, Universidad de Nariño, Pasto, Colombia.

Como citar: Urbano-Urbano I.F., Gaviria-Garcés N.F., Soto O.F., “Enseñanza Del Área De Figuras Planas Bajo El Enfoque De Resolución De Problemas.”. *Perspectivas*, vol. 8, no. S1, pp. 25-45, 2023.

Recibido: Junio 10, 2023; Aprobado: Septiembre 5, 2023.

RESUMEN

Palabras clave:

Área de figuras planas, dificultades, enseñanza, pretest, postest, resolución de problemas.

Esta investigación analiza los efectos de emplear la resolución de problemas para fortalecer el aprendizaje del área de figuras planas en un grupo de estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Pompeya ubicada en una zona rural de difícil acceso. Emplea el paradigma de investigación cuantitativo con un diseño pretest-postest, usando tablas de frecuencia para interpretar los datos recogidos. Las respuestas y justificaciones de los estudiantes en el pretest evidencian las dificultades iniciales de los estudiantes sobre el concepto de área y los resultados del postest se convierten en evidencia a favor del efecto positivo que tuvo la propuesta pedagógica de enseñanza empleada al consolidar el concepto de área en los estudiantes, al ser capaces de resolver problemas, incluso sin el uso de fórmulas.

ABSTRACT

Keywords:

Area of plane figures, difficulties, teaching, pre-test, post-test, problem solving.

This research analyzes the effects of using problem solving to strengthen the learning of the area of plane figures in a group of eighth grade students of the Educational Institution Pompeya located in a rural area of difficult access. It employs a quantitative research paradigm with a pre-test and post-test design, using frequency tables to interpret the collected data. The students' answers and justifications in the pre-test show the students' initial difficulties on the concept of area and the results of the post-test become evidence in favor of the positive effect that the pedagogical teaching proposal employed had in consolidating the concept of area in the students, as they were able to solve problems, even without the use of formulas.

Introducción

La geometría es parte fundamental de la actividad cotidiana de los seres humanos, pues su objeto de abstracción es la forma y los hombres disponen de órganos sensoriales orientados a su percepción, que son esencialmente la vista y el tacto. La representación de las ideas que se hace a través de las formas, como en los alfabetos pictográficos o en los jeroglíficos, son rasgos presentes en los contextos naturales, culturales y sociales de todos los grupos humanos. Es común percibir formas geométricas a nuestro alrededor y esto hace indispensable su enseñanza desde las

primeras etapas de escolaridad. Sin embargo, “con la introducción de la matemática moderna en la enseñanza básica y media en la segunda mitad del siglo XX se descuidó seriamente la enseñanza de la geometría para privilegiar el álgebra y la teoría de conjuntos” (Sánchez, 2012, p. 72). Posteriormente, tras el fracaso de la enseñanza de la matemática moderna, se ha intentado reposicionar la enseñanza de la geometría en los colegios (Sánchez, 2012), aun así, no se le ha dado la suficiente relevancia pues sigue siendo relegada al final del contenido en los textos escolares y por tal razón en ocasiones no se alcanza a abarcar (Barrantes y Blanco, 2004;

*Corresponding author.

E-mail address: uivanafer@gmail.com

(Ivana Fernanda Urbano-Urbano)



Peer review is the responsibility of the Universidad Francisco de Paula Santander.
This is an article under the license CC BY 4.0

Marmolejo y Vega, 2012) y desde la experiencia docente se puede evidenciar que en las instituciones educativas se estudia la geometría, estadística y aritmética en un mismo espacio, en el cual los docentes le dan prioridad al componente numérico (Jurado y Suárez, 2013).

Teniendo en cuenta lo anterior, surge la necesidad de investigar sobre estrategias que fortalezcan la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos geométricos, dado que la ausencia del estudio de la geometría y su énfasis en el componente numérico, puede perjudicar la formación de los estudiantes al privarlos de un desarrollo integral de los procesos de pensamiento necesarios para resolver problemas matemáticos (Pavanello, 2009). Del mismo modo, el interés de esta investigación se centra en un concepto particular de la geometría, el área de figuras planas y se propuso diseñar estrategias para superar las dificultades que presentan los estudiantes de octavo grado de la Educación Básica Secundaria cuando se enfrentan a dicho concepto. La principal razón que explica la elección del área de figuras planas como objeto de estudio es que un gran número de estudiantes vinculan únicamente el concepto de área con el uso de cálculos que aplican de forma memorística y puede ser porque los estudiantes no comprenden el significado de las fórmulas, ni cómo éstas se originan (D'Amore y Fandiño, 2007).

Ahora bien, en el ámbito de la enseñanza del concepto de área, diversas investigaciones han abordado la importancia de la comprensión de los procesos de medición y cálculo. Duoady y Perrin-Glorian (1989) señalaron que este aprendizaje requiere un tratamiento cualitativo y cuantitativo, priorizando los procedimientos geométricos seguidos de los numéricos. Los autores advierten que, si no se sigue dicho enfoque, la adquisición de las fórmulas de área se dificulta y la comprensión del concepto se ve comprometida.

En esta línea, el presente estudio tiene como objetivo caracterizar la competencia geométrica de los estudiantes mediante el análisis de su uso de

diferentes conceptos, procedimientos, propiedades y representaciones del área, enmarcados en dos significados parciales: el área como porción de espacio cerrado y el área como magnitud o atributo (Caviedes, De Gamboa, y Badillo, 2020). Este enfoque amplía la comprensión del concepto de área más allá de la mera aplicación de fórmulas.

Investigaciones anteriores han resaltado la importancia de aspectos específicos en la comprensión del concepto de área. Huang y Witz (2013), Kamii y Kysh (2006) y Sarama y Clements (2009) han focalizado en la comprensión de las unidades de medida, la naturaleza geométrica del área y las dificultades relacionadas con la estructuración espacial y la composición e iteración de unidades. Estos estudios subrayan la necesidad de coordinar conceptos, propiedades y procedimientos para superar las dificultades asociadas con la medición del área.

Asimismo, Outhred y Mitchelmore (2000) han explorado la relación entre el tamaño de la unidad de medida y la superficie a medir. Han encontrado que la magnitud numérica varía en función de la proporción de la unidad de medida, aunque la cantidad de superficie permanezca constante. Los hallazgos mencionados subrayan la importancia de comprender esta relación para una aplicación comprensiva de las fórmulas de área.

Estudios adicionales, como el de Sisman y Aksu (2009), han evidenciado dificultades persistentes en los estudiantes, como el uso inadecuado de fórmulas y la comprensión de que el área permanece constante cuando una figura es dividida y reorganizada. Estos resultados respaldan la idea de que un enfoque procedimental basado únicamente en el uso de fórmulas no garantiza una comprensión profunda del concepto de área.

Un enfoque complementario es propuesto por Olmo et al. (1993), quienes sugieren presentar la fórmula como un último paso, promoviendo la utilización de métodos más espontáneos y

laboriosos, como acciones de corte, movimiento y pegado de superficies. Dichos métodos permiten una comprensión más intuitiva y facilitan la simplificación del uso de fórmulas, así como el cálculo del área mediante procesos aditivos o estimación en casos de figuras irregulares. La omisión de este aspecto puede llevar a una confusión entre el concepto de área y su representación numérica, lo que dificulta las transformaciones entre registros geométricos y numéricos. La argumentación de las transformaciones es fundamental para promover un uso comprensivo de las fórmulas y abordar la complejidad inherente al concepto de área (Caviedes Barrera, 2022).

Lo anterior implica que, en el estudio del concepto de área de figuras planas, se requiere que el estudiante deje de lado, en un principio, el uso de fórmulas y vea el concepto de área de manera intuitiva. Una vez dominado el proceso intuitivo, se puede solicitar al estudiante que generalice el cálculo de área de figuras planas. Por lo tanto, se deben explorar estrategias de enseñanza diferentes a las tradicionales, donde lo primordial sea la construcción del concepto de área en lugar de la memorización y aplicación de fórmulas, para ello en esta investigación se usará el enfoque del planteamiento y resolución de problemas como generador de estrategias que apunten a la comprensión y uso correcto del concepto de área.

El enfoque de planteamiento y resolución de problemas, exige en principio una definición de problema, cuidando el punto de vista del estudiante, pues una situación que para una persona resulta ser un problema, para otra no necesariamente lo es (Rizo y Campistrous, 1999). A partir de esta aclaración hay diferentes definiciones de problema, en particular, el estudio se concentrará alrededor de la definición elaborada por Vega Méndez (1992), quien define una situación-problema como:

Aquella que exige que el que la resuelva comprometa en una forma intensa su actividad cognoscitiva. Es decir, que se emplee a fondo,

desde el punto de vista de la búsqueda activa, el razonamiento y elaboración de hipótesis, entre otras. (p. 15)

Además, diversas investigaciones nacionales e internacionales resaltan el uso de la resolución de problemas como método para enseñar matemáticas, tal es el caso de Ruiz et al. (2003) basándose en los resultados obtenidos en Japón al usar el enfoque de resolución de problemas, asegura que debe darse más relevancia a dicha estrategia en los planes de estudio de matemáticas. Por su parte Pérez y Ramírez (2011) señalan que la resolución de problemas juega un papel importante en la enseñanza de las matemáticas, pues estimula la capacidad de crear, inventar, razonar y analizar situaciones para luego resolverlas. Así mismo, el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) en los lineamientos curriculares contempla la resolución de problemas como uno de los cinco procesos generales necesarios para desarrollar el pensamiento matemático y destaca que al resolver problemas los estudiantes aumentan la confianza, la perseverancia, la capacidad comunicativa y el uso de procesos mentales más sofisticados. De la misma manera, la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) resalta que, la importancia de la resolución de problemas es tal que se debería considerar como foco principal de las matemáticas en el ámbito escolar. Se propone abordar la resolución de problemas como una actividad primordial tanto individual como colectiva para generar un ambiente propicio de aprendizaje.

Finalmente, al trabajar la resolución de problemas es imperativo resaltar el trabajo de Polya y Shoenfeld, quienes impulsaron este enfoque. Polya es considerado el pionero de las primeras etapas de la resolución de problemas; planteó en su primer libro, *El método de los cuatro pasos*, una técnica de cuatro etapas para resolver problemas de cualquier tipo: entender el problema, elaborar un plan, efectuar el plan y analizar la solución. Además, en su libro *Cómo plantear y resolver problemas* introduce el término “heurística”, la cual “trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles

en este proceso” (Polya, 1965, p. 102). Por su parte, Shoenfeld (citado en Barrantes, 2006) continúa con la investigación de las estrategias heurísticas, pero difiere de Polya, mencionando que las heurísticas que propone son demasiado generales y por ello no pueden ser implementadas en todo problema, debido a que cada tipo de problema requiere heurísticas particulares que se deben conocer, saber usar y tener la habilidad para usarlas.

Metodología

Esta investigación se enmarca en el paradigma positivista y se desarrolla desde un enfoque cuantitativo ya que realiza una medición numérica y un análisis estadístico de los datos recogidos para establecer las conclusiones del estudio, establecer patrones de comportamiento y probar teorías (Fernández y Baptista, 2014). El diseño para la presente indagación es cuasiexperimental, puesto que hace uso de pruebas pretest y postest aplicadas a un grupo ya constituido y posteriormente se analizan los resultados obtenidos para evaluar el impacto de la propuesta de enseñanza que se busca validar (Echevarría, 2016).

La población seleccionada fueron los 11 estudiantes de grado octavo con edades entre los 12 y 14 años de la Institución Educativa Pompeya (en adelante IEP), grupo conformado por 5 mujeres y 6 hombres, con quienes se llevó a cabo la aplicación del instrumento. La institución educativa es de carácter público, se encuentra ubicada en el sector rural del municipio El Tablón de Gómez (departamento de Nariño) y el nivel socioeconómico de los estudiantes es estrato 1. La población fue elegida bajo los siguientes criterios: 1) ser estudiante de grado octavo de la IEP, 2) estar dispuesto a participar de la investigación, 3) consentimiento informado firmado por parte de los padres de los menores autorizando su participación en el proceso investigativo.

La técnica utilizada en el marco de la investigación fue una prueba de selección múltiple con 4 opciones de respuesta, de las cuales el

estudiante debe seleccionar sólo una, la que considere correcta; además, cada opción incorrecta está diseñada para que los investigadores puedan identificar el error cometido por los estudiantes. El instrumento empleado como pretest-postest fue un formato con 9 problemas, que se clasificaron de acuerdo a la forma de resolución, obteniendo así 3 categorías: Medida directa, Medida indirecta y, Descomposición y transformación de figuras; donde cada categoría está conformada por 3 problemas. Para elaborar el instrumento, se tomó como soporte los cuadernillos de olimpiadas matemáticas de Puerto Rico comprendidos entre los años 2001 y 2021 y fueron ajustados para responder a los objetivos de la investigación. Es valioso resaltar que, los problemas están organizados de tal forma que van ascendiendo gradualmente de dificultad, es decir, el problema 2 exige mayor esfuerzo del resolutor que el problema 1, y así sucesivamente. En la Tabla I se aprecia la intención de cada uno de los problemas que componen el Test.

Tabla I. Objetivos De Los Ítems Del Test

No. problema	Objetivo
1	Comprobar que una figura se puede conformar con componentes de área más pequeñas que la completan exactamente.
2	Sumar unidades de medida de área cuadradas (sombreadas y sin sombrear) y comparar los resultados obtenidos.
3	Sumar unidades de medida de área triangulares (sombreadas y sin sombrear) y comparar los resultados obtenidos.
4	Calcular de manera precisa el área de una región poligonal.
5	Identificar las habilidades y destrezas que tiene el estudiante para resolver un problema de área de regiones sombreadas.
6	Calcular el área de una superficie, descubriendo en ella figuras de área conocida.
7	Determinar la competencia de aplicación de los criterios de semejanza y congruencia de figuras planas.
8	Identificar las estrategias de transformación isométrica empleadas en la resolución de un problema de área.
9	Calcular áreas de regiones que resultan de la composición de otras figuras planas.

El postest, que es la misma prueba, ayudó a identificar los logros debidos al tratamiento. Cabe

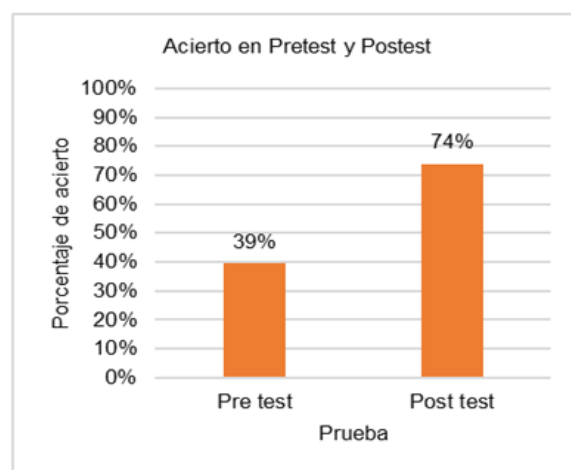
aclarar que, después de aplicar el pretest no se realizó la retroalimentación de dicha prueba -pues ya estaba planificado volver a aplicarla-, en su lugar se desarrolló la secuencia de enseñanza construida bajo el enfoque de resolución de problemas, es así como el postest al ser la misma prueba inicial, permitió analizar la efectividad del enfoque de resolución de problemas. Esta investigación se llevó a cabo en seis etapas señaladas en la Tabla II, las tres primeras fueron realizadas previamente por parte del equipo investigador; las dos siguientes en conjunto con los estudiantes sujetos de la investigación y para finalizar, la etapa 6 fue asumida nuevamente por los investigadores.

Tabla II. Etapas De La Investigación

Etapa	Objetivo
1. Revisión de la literatura especializada.	Realizar la búsqueda en revistas de investigación, centrando la atención en publicaciones sobre el objeto y/o habilidad a estudiar (enseñanza/aprendizaje de área de figuras planas, solución de problemas).
2. Diseño de test y secuencia de enseñanza.	Planear el cuestionario que servirá como instrumento de recolección de datos y la secuencia de enseñanza basada en la resolución de problemas. Cabe resaltar que cada instrumento fue validado por pares expertos en el tema.
3. Diagnóstico (Pretest).	Aplicar la prueba para identificar dificultades y conocimientos previos que tienen los estudiantes con respecto al concepto de área de figuras planas.
4. Implementación de la secuencia de enseñanza.	Desarrollar una clase basada en la resolución de problemas que invite a los participantes a superar las dificultades encontradas en el pretest y a fortalecer las competencias y habilidades que se evidencian en él.
5. Aplicación pos – test.	Evaluar la efectividad de la secuencia llevada a cabo en la etapa anterior, con el fin de examinar el avance en las competencias de los estudiantes.
6. Análisis de la información.	Organizar los datos recolectados recolectada durante las fases de implementación de la prueba. Se clasificó por casos y se analizó cada uno a partir de las tendencias de investigación de análisis consideradas en este proyecto. Esta etapa priorizó la información más relevante extraída de los cuestionarios resueltos por los estudiantes y las observaciones realizadas por los investigadores. Los resultados obtenidos se contrastaron con la teoría recopilada en la etapa 1 y a través de su análisis se establecieron las conclusiones de la investigación.

Resultados

En la Gráfica 1 se presentan los resultados generales de las pruebas aplicadas (pretest y postest). Se aprecia en el pretest un acierto del 39%, revelando el nivel inicial de los estudiantes en torno a la comprensión del concepto de área de figuras planas y se observa un notable aumento en el postest, que alcanza un 74%, lo cual indica mayor dominio y comprensión del concepto de área de los estudiantes de la Institución Educativa Pompeya (IEP).



Gráfica 1. Resultados Generales de Pretest y Postest.

Ahora bien, el análisis de las pruebas revela patrones interesantes en el rendimiento de los estudiantes en cada categoría específica de estudio, de modo que, a continuación, se presentan los resultados obtenidos en cada una.

Medida directa: se compone de los tres primeros problemas de la prueba y los resultados muestran un nivel inicial de comprensión relativamente alto, con un acierto promedio del 55% en el pretest. Lo anterior indica que los estudiantes tienen una base sólida en la aplicación directa de unidades de medida y el conteo de partes iguales. En el postest, se observa un aumento adicional, alcanzando el 85% de acierto, así que denota un mayor dominio y aplicabilidad de la medida directa después de la intervención. La Tabla III presenta los porcentajes de acierto de los estudiantes en los problemas que

componen la categoría Medida directa y los gráficos correspondientes a los problemas se presentan en la Figura 1.

Tabla III. Porcentajes De Acierto Categoría 1 (Medida Directa)

Prueba	Pregunta			Promedio
	1	2	3	
Pretest	64%	18%	82%	55%
Postest	100%	64%	91%	85%

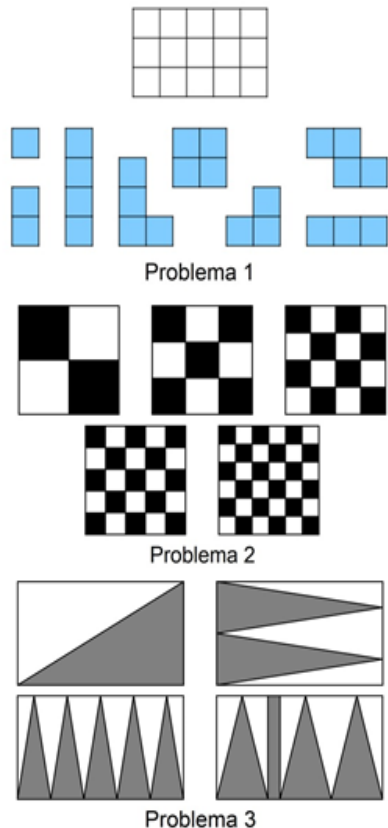


Figura 1. Problemas asociados a la categoría Medida directa

El alto porcentaje de acierto en el pretest se debe principalmente a los problemas 1 y 3 (acierto de 64% y 82%, respectivamente), en los cuales los estudiantes presentaron pocas dificultades, dado que los problemas llevan al resolutor a un camino de solución que es similar a un juego de ensayo y error, específicamente, en el primer punto el estudiante tiene la ventaja de que ya se ha enfrentado a rompecabezas en diferentes momentos y espacios, por lo que también fue útil en el desarrollo de la secuencia de enseñanza y permitió superar las pocas

dificultades presentes hasta el punto de conseguir un acierto del 100% en el postest, así se logra evidenciar que los estudiantes de la IEP aplican eficazmente estrategias de medida directa para completar figuras con componentes de áreas más pequeñas.

Por su parte, en el problema 3, el estudiante identifica visualmente las partes que son parecidas al comparar regiones sombreadas y no sombreadas, aunque hay un porcentaje de estudiantes que dejan de lado regiones que marcan la diferencia al momento de comparar áreas. Los resultados indican que se ha reducido el porcentaje de error a la mitad, alcanzando el 91% de acierto, debido a que durante la implementación de la secuencia didáctica los estudiantes exploraron formas de resolución diferentes a lápiz y papel, por ejemplo, recortando las partes que componen las figuras dadas. Dicha exploración creó en los estudiantes la capacidad de comparar mentalmente regiones sombreadas y no sombreadas sin ignorar los criterios de congruencia y las características de las figuras dadas. De esta manera, se consiguió que los estudiantes consoliden el uso de unidades de medida, tanto cuadradas como triangulares para comparar y calcular áreas de figuras planas. Además, cabe resaltar que, la mejoría se evidenció también en los argumentos de los estudiantes, que fueron más elaborados y rigurosos.

Por otro lado, en el problema 2, que demanda del resolutor escoger la figura que tenga mayor cantidad de área sombreada, se evidenció mayor dificultad, puesto que tan solo el 18% de los estudiantes contestaron correctamente. Las explicaciones dadas por los estudiantes muestran que eligieron la opción de respuesta que se divide en cuadrados más pequeños y por ende tiene más cuadrados sombreados (ver Figura 1), es decir, se percibe en los estudiantes la falsa concepción de que mayor cantidad de figuras representa mayor cantidad de área sin importa su tamaño. Después de la secuencia didáctica se ha logrado un avance significativo, incrementando el acierto hasta 64%, corroborando que la estrategia ayuda a superar este tipo de dificultades en gran

medida, pero aún hay un porcentaje de estudiantes (36%) en los cuales persiste la dificultad.

Medida indirecta: en vista de que el porcentaje de acierto en el pretest fue del 36%, se puede inferir que los estudiantes enfrentaban en un inicio dificultades al aplicar fórmulas. Por ende, al aplicar la secuencia de enseñanza se inició desde la construcción de las fórmulas hasta la correcta elección y aplicación de las mismas de acuerdo a la figura dada. En consecuencia, los resultados del postest (64%) develan una mejor comprensión y resolución de problemas referentes a la medida indirecta.

Tabla IV. Porcentajes De Acierto Categoría 2 (Medida Indirecta)

Medida Indirecta (Categoría 2)				
	Pregunta			
Prueba	4	5	6	Promedio
Pretest	91%	0%	18%	36%
Postest	100%	36%	55%	64%

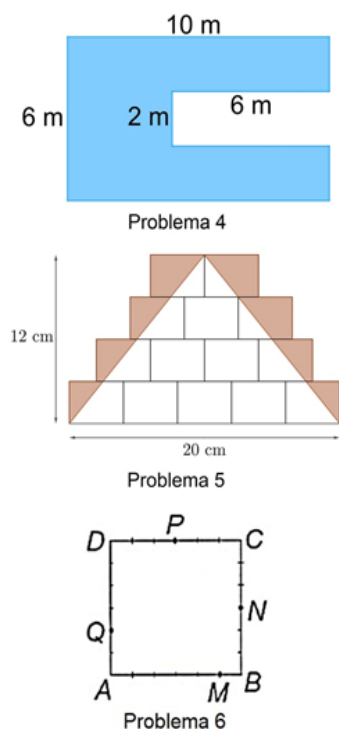


Figura 2. Problemas asociados a la categoría Medida indirecta.

Sin embargo, a pesar de los porcentajes de acierto de la categoría en general, los problemas 4,

5 y 6, asociados a dicha categoría y cuyos gráficos se presentan en la Figura 2 presentan resultados diferentes entre sí. Para empezar, el problema 4 solicita encontrar el área de una piscina cuya forma es una figura irregular, mostró un acierto del 91% en el Pretest, evidenciando que los estudiantes tenían la capacidad de fraccionar la figura en regiones conocidas (rectángulos). El contexto del problema facilitó la resolución, pues las justificaciones de los estudiantes muestran que les permitió visualizar un escenario conocido e imaginar métodos de solución ajustados a su realidad. Cabe señalar que, en el postest el total de los estudiantes respondieron correctamente este problema, demostrando que mejoraron sus habilidades para fraccionar figuras y convertirlas en figuras geométricas conocidas para posteriormente calcular el área a partir de las fórmulas correspondientes.

Ahora bien, el bajo porcentaje de acierto en el Pretest en la categoría, se debe a los problemas 5 y 6, en donde los resultados evidencian que se presentaron desafíos considerables. En primer lugar, el problema 5 involucraba uso de fórmulas, aunque la resolución no era tan inmediata, puesto que, el estudiante debía hacer uso de diferentes estrategias al tratarse de regiones sombreadas. Debido al nulo porcentaje de acierto en el pretest (0%) fue posible determinar las siguientes dificultades a partir la resolución: en primer lugar, la mayoría de los estudiantes, realizó una multiplicación de base por altura, dado que es una de las fórmulas que tienen más presente, sin importar la región de la cual se debía calcular su área, es decir, obviaron la composición de la figura como tal y se centraron únicamente en los dos valores presentes. En segundo lugar, un grupo de estudiantes, identificaron el triángulo en la figura e hicieron uso de su fórmula de área para calcularla, aunque dejaron ese resultado sin notar que se debía calcular el área externa al triángulo. Por último, una minoría detectó los rectángulos del fondo y calculó el área de uno de ellos, sin embargo, no terminó el proceso de resolución. Después de la intervención pedagógica, un pequeño número de estudiantes (36%) superó en cierta medida las dificultades iniciales al

resolver completa y correctamente el problema, no obstante, el 64% restante deja ver que persiste la dificultad, aun cuando al analizar los argumentos y anotaciones realizadas por los estudiantes se observa que comenzaron a comprender y aplicar estrategias de medida indirecta utilizando fórmulas.

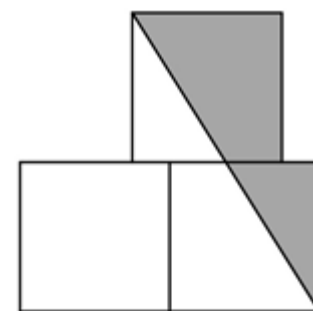
En segundo lugar, en el problema 6, que evalúa el cálculo del área de una superficie mediante la identificación de figuras de área conocida, con ayuda de resta de áreas o de fraccionamiento de figuras, también se evidenció un nivel inicial de competencia limitado en el pretest, con un porcentaje de acierto del 18%. Las dificultades fueron en diferentes aspectos, en principio, la mayoría de estudiantes no lograron dibujar el cuadrilátero MNPQ, que era la base para desarrollar el problema, y quienes lo hicieron no continuaron un proceso de solución y se inclinaron por dar respuestas basadas en los lados del cuadrado ABCD o simplemente de forma aleatoria. Sin embargo, después de la intervención pedagógica, se observó una mejora significativa en el postest, alcanzando un porcentaje de acierto del 55%, en donde se logró superar totalmente la dificultad inicial, lo que quiere decir que todos los estudiantes fueron capaces de dibujar el cuadrilátero, aunque persistieron algunas dificultades en relación con el cálculo de su área, en donde se destaca el uso incorrecto de la fórmula de área de triángulos y el bloqueo presentado en problemas en los cuales es necesario restar áreas. Los resultados demuestran que los estudiantes ya son capaces de reconocer figuras geométricas describiendo los puntos que la componen y además lograron aplicar estrategias de medida indirecta para calcular áreas mediante la identificación de figuras conocidas y realizando las operaciones correspondientes.

Descomposición y transformación de figuras: los porcentajes de acierto del pretest y postest fueron 27% y 73%, respectivamente, lo que significa que los estudiantes tenían poca capacidad para convertir figuras desconocidas en figuras conocidas mediante procesos de descomposición y reconfiguración, antes de la intervención pedagógica impartida por

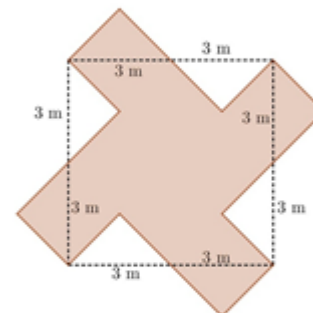
los investigadores. Estadísticamente se puede decir que, los resultados del postest revelan la disminución de las dificultades iniciales en un 46% para los últimos tres problemas. En la Figura 3 se presentan las gráficas correspondientes a los problemas de componen esta categoría.

Tabla V. Porcentaje De Acierto Descomposición y transformación de figuras (Categoría 3)

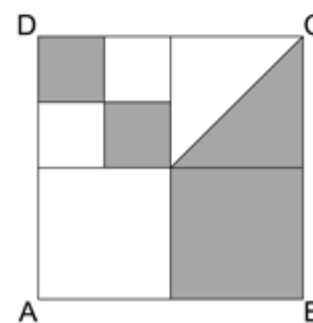
Prueba	Pregunta			Promedio
	7	8	9	
Pretest	36%	0%	45%	27%
Postest	100%	55%	64%	73%



Problema 7



Problema 8



Problema 9

Figura 3. Problemas asociados a la categoría Descomposición y transformación de figuras.

En el caso de la categoría 3, se destaca en principio el Problema 7, cuyo porcentaje en el postest (100%), indica que los estudiantes alcanzaron, luego de la secuencia didáctica, la capacidad para identificar regiones congruentes en figuras para la resolución de problemas relacionados con el área de regiones sombreadas. Es de señalar que la intervención tuvo un impacto muy significativo en el problema en cuestión, de hecho, fue el problema con mayor mejoría (64%). Puntualmente, la intervención fue de gran ayuda para superar en su totalidad las dificultades presentadas que estaban relacionadas con la imposibilidad de hacer operaciones figurales mentales que permitiese visualizar una figura desde otro punto de vista. Así mismo, también se mitigaron algunos inconvenientes presentados en menor medida, tales como el incorrecto uso de la fórmula del cuadrado, que surgió porque la figura presentaba solo un lado y algunos estudiantes veían la necesidad de tener escrito en la gráfica los datos de base y altura, sin percatarse de que serían iguales.

En cuanto al Problema 8, que se centraba en las estrategias de transformación isométrica en la resolución de problemas de área, se presentó un fuerte desafío inicial, con un porcentaje de acierto del 0% en el pretest. Cabe resaltar que, las dificultades no solo se presentaron en el aspecto geométrico, sino también en la comprensión del problema. La dificultad geométrica fue en la confusión de los conceptos de área y perímetro, la cual se logró superar en su totalidad con ayuda de la intervención pedagógica. Por otro lado, la segunda dificultad presentada estuvo relacionada a la comprensión lectora, dado que el problema no solo exige el cálculo de área de una región, sino que va más allá de acuerdo al contexto planteado y el error fue dejar el resultado del área sin detenerse en la pregunta real del problema. Esta segunda dificultad se logró superar en cierto porcentaje de la población, teniendo en conjunto, un porcentaje de acierto de 55% en el postest. Lo anterior indica que los estudiantes comprenden y aplican estrategias de transformación isométrica en la resolución de problemas de área, pero se debe reforzar en la comprensión de los problemas.

Por último, el Problema 9, que también radica en la reconfiguración y cálculo de área de regiones sombreadas, mostró un nivel inicial de competencia en el pretest, con un porcentaje de acierto del 45%. El 55% restante, presenta dificultades en dos aspectos principalmente: en primer lugar, se hace evidente nuevamente, la imposibilidad de reconfigurar algunas figuras según sus regiones sombreadas y, en segundo lugar, un error muy frecuente fue la errada concepción de que, al duplicar un lado del cuadrado, su área se duplica. Después de la intervención, se observó una mejora, alcanzando un porcentaje del 64% en el postest, en donde se logró superar, en cierta medida, las dificultades en cuanto a reconfiguración y a la relación entre los lados de un cuadrado y su área. Además, es importante señalar que, en este caso al igual que en otros anteriores, la mejoría fue considerable en el tipo de argumentos utilizados por los estudiantes, así mismo, otro aspecto a contemplar, es un porcentaje de estudiantes que respondieron de forma errónea y al azar porque no les fue suficiente el tiempo establecido, lo cual indica, que el correcto uso del tiempo es un factor a tener en cuenta.

Discusión de Resultados y Conclusiones

El estudio reveló un error recurrente en el aprendizaje del área de figuras planas, que radica en la confusión entre área y perímetro de una figura geométrica. Los hallazgos coinciden con investigaciones anteriores relacionadas con la temática, que destacan esta problemática. Corberán (1996) señala que muchos alumnos consideran el área y el perímetro como propiedades intrínsecamente vinculadas, lo que obstaculiza la comprensión del área como una medida independiente del perímetro y dificulta la realización de transformaciones de superficies bajo ciertas condiciones, de hecho, Olmo et al. (1993) ratifican la recurrencia del mismo error y añaden que en ocasiones los estudiantes asignan el valor la magnitud de mayor valor al área y a la de menor valor al perímetro.

Los resultados evidencian que el obstáculo para una resolución exitosa de problemas relacionados

con el área de figuras planas no solo es de naturaleza epistemológica, sino también didáctica, influida por las estrategias de enseñanza, los recursos utilizados y la pedagogía empleada por los docentes en la formación de los estudiantes.

Aunado a lo anterior, la presente investigación permitió evidenciar la importancia que tiene el abordar la enseñanza del concepto de área a través de estrategias de resolución de problemas. Resulta esencial fomentar un enfoque pedagógico que permita a los estudiantes desarrollar un pensamiento más complejo, tal como evidencian Aragón y Gutiérrez (2013) en su estudio sobre la intervención de formación docente en la resolución de problemas y el desarrollo temprano del pensamiento algebraico. Los resultados demuestran que los estudiantes, tras recibir clases bajo el enfoque de resolución de problemas, lograron desarrollar procesos de pensamiento más sofisticados para resolver situaciones problemáticas.

En línea con el enfoque geométrico-métrico, Barrientos et al. (2014) resaltan la incorporación de un módulo de capacitación docente centrado en la resolución de problemas geométrico-métricos. Después de recibir estas clases, los estudiantes mejoraron su comunicación adecuada para fortalecer los conceptos propios de la geometría, relacionaron las representaciones mentales del espacio y sus manifestaciones materiales, y lograron interactuar con el entorno mediante la construcción, análisis y tratamiento de objetos matemáticos.

En cuanto a la categoría Medida directa, los resultados indican que los estudiantes no tienen dificultad al usar unidades de medida diferentes al cuadrado, como se muestra tanto en el problema 1 como en el problema 3, cuyas unidades de medida son el cuadrado y el triángulo respectivamente, que fueron resueltos correctamente por la mayoría de los estudiantes. Esto coincide en cierta medida con Castro et al. (1997), quienes mostraron la relatividad de las fórmulas de cálculo de áreas de figuras planas, usando como unidad de medida el triángulo

equilátero, con el objetivo de manifestar que se debe avanzar en una enseñanza que lleve a los alumnos a superar la creencia de que el área es una fórmula.

Otro aspecto a considerar, fue el tiempo asignado para la resolución de la prueba, pues a pesar de que los planteamientos de los problemas con su respectiva intencionalidad y tiempo asignado a cada uno fue validado por medio de un jurado compuesto por tres expertos en el tema, se observó durante el desarrollo de la prueba (tanto en pretest y postest) que para los estudiantes no fue suficiente el tiempo establecido para los problemas que conforman la categoría descomposición y reconfiguración, debido a que los estudiantes realizaron cálculos innecesarios que no apuntaban a la resolución, en este sentido Marmolejo y Vega (2012) señalan que, además de poder realizar trazos, transformaciones, rotaciones y demás tratamientos posibles sobre una figura, el estudiante también debe saber privilegiar aquellos tratamientos que faciliten la resolución del problema en cuestión.

Zacharos (2006) argumenta que un enfoque procedimental no es suficiente para comprender el área. Señala que es necesario analizar las propiedades geométricas involucradas en la medición del área para fortalecer la comprensión del concepto. Estos hallazgos concuerdan con los resultados obtenidos en el presente estudio, que demuestran las dificultades asociadas con un enfoque basado únicamente en fórmulas y resaltan la importancia de considerar las propiedades geométricas en el aprendizaje del área.

En aspectos generales, la intervención educativa demostró ser efectiva en el desarrollo de las habilidades y competencias matemáticas de los estudiantes en el área de geometría y cálculo de áreas. Los resultados muestran mejoras significativas en la mayoría de los problemas evaluados, tanto en la medida directa, medida indirecta y descomposición y transformación de figuras. Aunque algunos problemas presentaron un mayor desafío inicial, se observaron avances en la comprensión y aplicación de estrategias matemáticas relevantes. Es importante

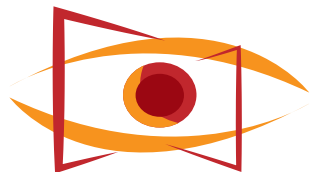
destacar que, algunos problemas como el número 5, correspondiente a la categoría de medida indirecta, presentaron un mayor desafío y evidenciaron procesos que los estudiantes pueden perfeccionar. En general, estos resultados respaldan la eficacia de un enfoque educativo riguroso y estructurado para mejorar el rendimiento de los estudiantes frente al concepto de área de figuras planas.

En conclusión, los resultados de esta investigación apuntan a la necesidad de abordar de manera efectiva la confusión entre área y perímetro en el aprendizaje de la geometría. La implementación de estrategias de resolución de problemas y una formación docente adecuada pueden contribuir significativamente a superar las dificultades y promover una comprensión más profunda de los conceptos geométricos. Los hallazgos de estudios previos respaldan la relevancia de enfoques pedagógicos centrados en la resolución de problemas y la integración de aspectos geométricos y métricos en la enseñanza de las matemáticas.

Referencias

- Aragón, & Gutierrez. (2013). *Efecto del programa de Formación Docente “La Clase para Pensar” sobre los procesos y las estrategias de resolución de problemas y la exactitud en el pensamiento algebraico temprano*. Barranquilla: Universidad del Norte.
- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática*, 1(1), 1–9. www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes.
- Barrantes, M., y Blanco, L. J. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de Las Ciencias*, 22(2), 241–250.
- Barrientos, K. Cervantes, L y Sierra, M. (2014). *Efecto de un módulo de formación docente en la resolución de problemas geométricos - métricos de los estudiantes* [Tesis de maestría, Universidad del Norte].
- Castro, E., Flores, P. y Segovia, I. (1997). Relatividad de las fórmulas de cálculo de la superficie de figuras planas. *SUMA* 26, 23-32. ISSN: 1130-488X.
- Caviedes Barrera, S. (2022). *Caracterización del conocimiento especializado sobre el área de figuras planas en estudiantes para maestro* [Tesis de Doctorado, Universitat Autònoma de Barcelona]. Dipòsit Digital de Documents de la UAB.
- Caviedes, S., De Gamboa, G y Badillo, E. (2020). Procedimientos utilizados por estudiantes de 13-14 años en la resolución de tareas que involucran el área de figuras planas. *Bolema: Boletim de Educação*, 34(68), 1015-1035.
- Corberán, R. (1996). *El Área. Recursos didácticos para su enseñanza en primaria*. En: Mourut de Montpellier, Olimpia Figueras, pp. 1-87. México, D. F.: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.
- D’Amore, B., y Fandiño, M. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *RELIME - Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 10(1), 39–68.
- Douady, R. y Perrin-Glorian, M. J. (1989). Un processus d’apprentissage du concept d’aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, 20(4), 387–424.
- Echevarría, H. (2016). *Los Diseños de Investigación Cuantitativa en Psicología y Educación*. Río Cuarto: UniRío Editora.
- Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Sexta edic). McGraw Hill Interamericana Editores, S.A.

- Huang, H.-M. E. y Witz, K. G. (2013). Children's Conceptions of Area Measurement and Their Strategies for Solving Area Measurement Problems. *Journal of Curriculum and Teaching*, 2(1), 10-26.
- Jurado, D., y Suárez, S. (2013). *Una secuencia didáctica en grado cuarto: cuadriláteros en un AGD* [Tesis de pregrado, Universidad del Valle]. Archivo digital. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/4780/CB-0478876.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
- Kamii, C. y Kysh, J. (2006). The difficulty of length×with”: Is a square the unit of measurement? *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 105-115.
- Marmolejo, G., y Vega, M. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*, 24(3), 7-32.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Colombia. Ministerio de Educación Nacional. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia. National Council of Teachers of Mathematics.
- Olmo, M., Moreno, M. y Gil, F. (1993). Superficie y volumen: ¿Algo más que el trabajo con fórmulas? Madrid: síntesis.
- Outhred, L. y Mitchelmore, M. C. (2000). Young children's intuitive understanding of rectangular area measurement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 144-167.
- Pavanello, R. M. (2009). O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké - Revista de Educação Matemática*, 1(1), 7-17. <https://doi.org/10.20396/zet>.
- Pérez, Y., y Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 35(73), 169-193.
- Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas* (Primera ed). Editorial Trillas.
- Rizo, C. y Campistrous, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3(2), 31-45.
- Ruiz, A., Alfaro, C. y Gamboa, R. (2003). Aprendizaje de las matemáticas: conceptos, procedimientos, lecciones y resolución de problemas. *Uniciencia*, 20(2), 285-296.
- Sánchez, C. H. (2012). La historia como recurso didáctico: el caso de los Elementos de Euclides. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 32, 71-92. <https://doi.org/10.17227/ted.num32-1860>.
- Sarama, J. y Clements, D. H. (2009). Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children. Routledge.
- Şişman, GT y Aksu, M. (2009). Éxito de los estudiantes de séptimo grado en los temas de área y perímetro. *Educación Primaria en Línea*, 8(1).
- Vega Méndez, C. (1992). La enseñanza de la matemática en la escuela básica a través de la resolución de problemas. *Enseñanza de La Matemática*, 3(1), 15-21.
- Zacharos, K. (2006). Prevailing educational practices for area measurement and students' failure in measuring areas. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(3), 224-239.



Competencias Asociadas Al Pensamiento Aleatorio. Una Aplicación De La Teoría De Las Situaciones Didácticas instituciones de educación superior de Bucaramanga

Competences Associated With Random Thinking: An Application Of The Theory Of Didactic Situations

Lilian Yanira Narváez-Narváez¹; Raúl Prada-Núñez^{2*}; Audin Aloiso Gamboa-Suárez³.

¹Especialista en Enseñanza de la Matemática, liliannarvaez25@gmail.com, Orcid: 0000-0002-5709-340X, Universidad de Nariño, Nariño, Colombia

²Magister en Educación Matemática, raulprada@ufps.edu.co, Orcid: 0000-0001-6145-1786, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

³Doctor en Ciencias de la Educación, audingamboa@ufps.edu.co. Orcid: 0000-0001-9755-6408, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia

Cómo citar: Narváez-Narváez L.Y, Prada-Núñez R, Gamboa-Suárez A.A, “ Competencias Asociadas Al Pensamiento Aleatorio. Una Aplicación De La Teoría De Las Situaciones Didácticas.”. *Perspectivas*, vol. 8, no. S1, pp. 37-50, 2023.

Recibido: August 12, 2022; Aprobado: November 18, 2022.

RESUMEN

Palabras clave:

Secuencias Didácticas,
Gráficos Estadísticos,
Interpretación Y
Representación.

Las competencias matemáticas en el siglo XXI, las estrategias que permitan desarrollarlas y el medio dinámico para llevarlas a la práctica en un ambiente escolar, han sido un estudio recurrente en trabajos de indagación educativa, de esta forma ser competente para interpretar y representar la información, son el tema de interés en el presente artículo. El objetivo central de esta etapa de la investigación fue elaborar y ejecutar secuencias didácticas de aprendizaje, basadas en los resultados obtenidos en un cuestionario aplicado a estudiantes de grado décimo, ello con el fin de mejorar la construcción y lectura de gráficos estadísticos. La metodología se realizó en tres fases: a) la identificación de las competencias del pensamiento aleatorio valoradas en nivel bajo; b) la delimitación conceptual y planeación previa de las secuencias didácticas; y c) finalizando con la aplicación de los instrumentos en el aula de clase. Los resultados mostraron un desempeño favorable en la apropiación del conocimiento con la nueva metodología, llegando a la conclusión que los estudiantes evidenciaron una actitud participativa, adaptándose fácilmente al trabajo propuesto en las secuencias didácticas lo que aportó al desarrollo de competencias estadísticas para la toma de decisiones en las ciencias sociales.

ABSTRACT

Key words:

Didactic Sequences,
Statistical Graphs,
Interpretation And
Representation

Mathematical competences in the XXI century, the strategies that allow developing them and the dynamic means to put them into practice in a school environment, have been a recurrent study in educational research works, thus being competent to interpret and represent information, are the subject of interest in this article. The main objective of this stage of the research was to elaborate and execute didactic learning sequences, based on the results obtained in a questionnaire applied to tenth grade students, in order to improve the construction and reading of statistical graphs. The methodology was carried out in three phases: a) the identification of random thinking competencies valued at a low level; b) the conceptual delimitation and previous planning of the didactic sequences; and c) ending with the application of the instruments in the classroom. The results showed a favorable performance in the appropriation of knowledge with the new methodology, concluding that the students evidenced a participative attitude, adapting easily to the work proposed in the didactic sequences, which contributed to the development of statistical competences for decision making in the social sciences.

Introducción

La educación en el siglo XXI trae nuevos retos y formas diferentes para enfrentar exitosamente los problemas de la nueva era (Cardona Ossa, 2002), también ha cambiado las aspiraciones, los aprendizajes, las destrezas requeridas para la vida

y el trabajo en una sociedad industrializada con desarrollo tecnológico constante (Gómez Ortiz y Peñaranda Soto, 2020). Estos aspectos proponen renovar los procesos de enseñanza y aprendizaje, principalmente en las competencias que el estudiante requiere para la toma decisiones de forma ágil

*Corresponding author.

E-mail address: raulprada@ufps.edu.co

(Raúl Prada-Núñez)



Peer review is the responsibility of the Universidad Francisco de Paula Santander.
This is an article under the license CC BY 4.0

(Cáceres Mesa et al., 2019; Sánchez-Otero et al., 2019).

Pérez Maya et al. (2018) resaltan la necesidad de promover la renovación de las habilidades y competencias propias del conocimiento, con el fin de beneficiar la formación económica y social, como lo reconoce la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico [OCDE] quienes fomentan modelos emergentes basados en tecnologías de información y comunicación, ajustadas a la economía y al conocimiento (OCDE, 2010). En Monereo y Pozo (2001) se definen diez competencias para la educación en el siglo XXI tales como: La búsqueda de información de forma crítica, leer en pro de comprender, escribir argumentativamente, pensar lo relevante, analizar los problemas, automatizar lo rutinario, crear empatía y hablar con claridad, entre otras. En esta misma línea argumentativa la Fundación Omar Dengo (FOD, 2014) de Costa Rica, presenta en cuatro categorías la agrupación de lo que reconocen como las competencias para el siglo XXI: maneras de pensar, formas de vivir en el mundo, formas de relacionarse con otros y herramientas para integrarse al mundo.

Para Bujanda et al. (2014), a la categoría denominada: maneras de pensar pertenecen las competencias: creatividad e innovación, resolución de problemas, aprender a aprender, pensamiento sistémico y pensamiento crítico. Los mismos autores afirman que con las dos últimas habilidades se pretende formar estudiantes capaces de interpretar, analizar, clasificar, explicar y evaluar información del entorno.

Estos conceptos son similares a los propuestos por el Ministerio de Educación Nacional [MEN], en el documento llamado los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) específicamente para el área de matemáticas, se reconocen cinco pensamientos que agrupan la totalidad de conocimientos, procesos matemáticos organizados de forma jerárquica y tres contextos de aplicación en los que se deben trabajar los ejercicios o problemas

matemáticos dentro del currículo escolar. Estos componentes deben ser organizados y presentados a los estudiantes por parte de los docentes con el objeto de garantizar el aprendizaje matemático y sus competencias necesarias para el óptimo desempeño de los individuos en la sociedad, así mismo, se resalta en Zamora-Araya (2020) que apoyado en un informe de la OCDE de 2016 reconoce que uno de cada tres estudiantes no alcanzan las competencias básicas en matemáticas, o lo que es equivalente a afirmar que los estudiantes únicamente son capaces “de extraer información relevante de una sola fuente y utilizar procedimientos básicos, con el propósito de resolver, por medio de fórmulas o algoritmos, problemas que tengan números enteros” (Zamora-Araya, 2020, p.75).

Lo anterior resalta la importancia de las matemáticas en el desarrollo de competencias dentro del currículo escolar, pero de los cinco pensamientos matemáticos, en esta investigación se centra el interés alrededor del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, que están directamente relacionado con la estadística, considerada esencial en los procesos de investigación, idea priorizada también en los trabajos de Álvarez Pardo y Barreda Jorge (2020), Carreño Moreno y Mayorga Álvarez (2017), Gómez y Jiménez González (2015), entre otros.

Díaz-Levicoy et al. (2015) reconocen la relevancia que tiene la comprensión de gráficos estadísticos para lo cual citan a Batanero et al. (2013) quienes los definen como la unión entre la cultura y el razonamiento estadístico, debido a que se hacen presencia en los medios de comunicación (Espinell, 2007) o en las redes sociales (Arteaga et al., 2011). Por su parte en Wild y Pfannkuch (1999) se resalta la importancia de la comprensión de gráficos estadísticos, puesto que surge de un cambio de representación que facilita la obtención de información nueva oculta en los datos.

Batanero (2002), aporta que una persona con pensamiento crítico es capaz de tomar decisiones favorables a partir de las múltiples informaciones

recibidas del entorno cambiante. En este orden de ideas, la comunicación es una de las competencias necesarias para el trabajo colaborativo, entendiendo que los procesos de desarrollo afectan a la sociedad en general y no al individuo en particular.

En Díaz Gandasegui (2011) se afirma que la sociedad actual se caracteriza por la fuerte influencia de la tecnología lo que conlleva a la generación de grandes volúmenes de información que debe ser interpretada por las personas, para lo cual se requiere que posean estas competencias. De igual manera, Mercado (2020), afirma que tales habilidades matemáticas se convirtieron en un desafío debido a la pandemia por Covid-19, pues los medios de comunicación recurrieron a presentar la información de esta enfermedad, utilizando gráficas estadísticas con su respectiva interpretación. De esta práctica comunicativa se cuestiona si la sociedad está capacitada para entenderlos y/o utilizarlos, luego surge la necesidad de evaluar la calidad educativa con la finalidad de diseñar, aplicar y evaluar diversas estrategias que garanticen el desarrollo de esta competencia durante el proceso formativo escolar (Hernández-Suárez et al., 2017).

La evaluación de la calidad educativa es un compromiso de diferentes agremiaciones y tiene como finalidad el mejoramiento continuo de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Hernández-Suárez et al., 2020; Gamboa-Suárez, 2016). Se destaca la Organización de las Naciones Unidas para la Cultura, las Ciencias y la Educación [UNESCO], quienes aplican evaluaciones censales desde 1994 denominadas LLECE, SERCE y TERCE, que para el caso de Colombia en el año 2015 los resultados se concentraron principalmente en el nivel bajo, tanto en Matemáticas como en Ciencias Naturales. Por su parte la OCDE, realiza evaluaciones comparativas como PISA [Program for International Student Assessment] o TIMSS [Trends in International Mathematics and Science Study], entre otras; en las cuales, también se muestran resultados desfavorables para los estudiantes de países hispanoamericanos.

En Colombia, las instituciones educativas, tiene como base dos fuentes de evaluación de la calidad educativa. La primera, es una prueba externa estandarizada, aplicada por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Calidad de la Educación [ICFES], denominada Pruebas Saber 11° que tiene como finalidad, valorar la calidad educativa impartida en los colegios colombianos, en lo referente al desarrollo de competencias básicas adquiridas por el estudiante en su proceso formativo. La segunda indagación de resultados se obtiene de la aplicación de pruebas internas, diseñadas por los docentes, donde se identifican las dificultades de los estudiantes en aprendizajes abordados para cada año lectivo.

Para las pruebas internas en el área de matemáticas, los docentes diseñan cuestionarios que pueden estar basados en los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2016), tomados estos como documentos aclaratorios para priorizar los conceptos matemáticos que los estudiantes deben apropiarse en cada año escolar. Tras la aplicación de estos cuestionarios se obtiene información que aporta al diagnóstico del nivel académico de los estudiantes.

En este punto, sobre el desarrollo de competencias, Carrera y Marín (2011) proponen una reflexión crítica de profesores y estudiantes que, al identificar las dificultades, sea un compromiso de las partes sugerir soluciones, esto significa que a partir de los resultados de las pruebas y una vez identificadas las competencias con mayor dificultad para los estudiantes, se requiere, que los docentes propongan intervenciones pedagógicas con el fin de motivar al estudiante para que se apropie del conocimiento hasta lograr ser competente en los aprendizajes evaluados con bajos resultados.

La intervención pedagógica aplicada para el logro de las competencias, según Trujillo-Segoviano (2014), debe articular de forma flexible, conocimiento, habilidades y valores, con las problemáticas del contexto de los estudiantes. A partir de lo afirmado, Chavarría (2006) asegura que

hay una reflexión en el sentido de no continuar con las metodologías tradicionales, donde la relación entre el estudiante y el docente es simple: el estudiante reproduce lo que el docente instruye, sin que haya una contextualización, comunicación ni interacción de lo que realmente se requiere aprender.

La OCDE (2010), hace la diferencia en los procesos de enseñanza, entre habilidades y conocimiento que los estudiantes utilizan para los desafíos de la vida real, con los aprendizajes adquiridos para dominar un currículo específico, marcando así, un cuestionamiento sobre cuáles son las técnicas y métodos de enseñanza apropiados para el desarrollo de competencias en el ámbito escolar, estos conceptos, así definidos se asocian a la didáctica como parte de la pedagogía educativa (Gamboa Graus y Fonseca Pérez, 2017).

Una alternativa de respuesta a las anteriores inquietudes, la cual es considerada en esta investigación corresponde a los estudios de Brousseau (2007), quien propone utilizar modelos propios de las actividades en didáctica de las matemáticas, a partir de los problemas y dificultades en la enseñanza de un conocimiento, llamado: Teoría de Situaciones Didácticas. Bajo esta teoría se identifican tres fases: Situación acción, el estudiante trabaja en la solución de un problema vinculando sus aprendizajes previos; situación de formulación, reconocida por la comunicación de ideas entre estudiantes con participación activa en busca de un objetivo común; y la acción de validación, donde la intervención del docente permite aclarar sintetizar y validar el nuevo conocimiento.

Salinas (2010) destaca una reflexión de Brousseau, al considerar en la teoría de las situaciones didácticas, el sentido de que los conocimientos son un beneficio común y se aprenden en trabajos colectivos, debido a que los estudiantes comparten el mismo contexto. Entonces, se puede pensar que la didáctica matemática tiene como puntos de partida, en primer lugar, el entorno social del estudiante, es decir, proponer situaciones en un contexto real; en

segundo lugar, el proceso de aprendizaje es óptimo, cuando se realiza en grupos de trabajo, lo que significa, la necesidad de mantener la comunicación entre miembros activos de una comunidad dentro del marco de trabajo colaborativo (Gamboa-Suarez et al., 2022, Vaillant, 2016).

En la contextualización de las situaciones didácticas de la matemática, Chavarría (2006), interpreta a Brousseau, al definir las como el conjunto de interrelaciones entre profesor, estudiante y medio didáctico, en otras palabras, el aprendizaje se da, cuando el estudiante afronta problemas planteados en el medio didáctico que el profesor elaboró con una finalidad específica y concreta.

Una aplicación de las secuencias didácticas de aprendizaje, basada en las ideas de Brousseau, es la propuesta de Díaz-Barriga (2013), que sintetiza en un instrumento dinámico, la planeación didáctica de las actividades a desarrollar y evaluar por parte del estudiante ante la apropiación de un nuevo conocimiento. Para la elaboración de la secuencia, se recomienda mantener un orden interno en las actividades, recuperar los conocimientos previos de los estudiantes y proponer situaciones en contextos reales; entonces, en la estructura de la secuencia se integran el conocimiento y la evaluación en cada una de las etapas, como evidencias del nuevo aprendizaje de los estudiantes con acompañamiento del docente.

Para el caso de la Institución Educativa Juanambú, las pruebas externas muestran bajos resultados en el pensamiento aleatorio, en las competencias de interpretación y representación de la información, resultados que son coincidentes con los de las evaluaciones internas realizadas por los docentes. Para el desarrollo de esta investigación se diseñó y aplicó un cuestionario (pre test) a los estudiantes de grado décimo, con la finalidad de diagnosticar sus competencias en la interpretación y representación de información por medio de gráficos estadísticos. Los resultados permitieron identificar bajos niveles de desempeño alrededor de estas dos competencias.

A partir de estos hallazgos se elaboraron y desarrollaron secuencias didácticas de aprendizaje, con el fin de reforzar y orientar los conocimientos necesarios para que los estudiantes de grado décimo adquieran competencias propias del pensamiento aleatorio.

La intervención pedagógica por medio de las secuencias didácticas permitió establecer condiciones, recomendaciones y definir rutas en la construcción o reestructuración de aprendizajes, en cualquier conocimiento susceptible de ser evaluado.

Metodología

Esta investigación adopta el paradigma positivista bajo el enfoque cuantitativo siguiendo un nivel descriptivo correlacional; los informantes clave han sido consultados de forma directa para la recolección de datos, es decir, son datos primarios con fuente viva y el investigador obtendrá la información sin alterar las condiciones existentes, por esta razón, el diseño metodológico es de campo (Arias, 2012).

La investigación se realizó en etapas continuas: a) inició con la identificación de las competencias matemáticas del pensamiento aleatorio, que fueron valoradas o reportaron desempeños bajos, por medio del análisis de resultados de las pruebas externas estandarizadas en las que han participado los estudiantes de la institución educativa y de la aplicación de un cuestionario (pre test); b) la segunda etapa parte de la delimitación de los contenidos curriculares basados en los documentos obligatorios del Ministerio de Educación Colombiano, para avanzar con la planeación previa a la construcción de secuencias de aprendizaje; c) la última etapa se focalizó en la construcción y aplicación de las secuencias didácticas de aprendizaje, donde se pudo describir el trabajo de los estudiantes en el aula de clase.

La población corresponde a la totalidad de los estudiantes matriculados en grado décimo en la institución educativa Juanambú municipio de La Unión – Nariño, para seleccionar de forma no probabilística un grupo de ellos, cuyo criterio de inclusión fue contar con el consentimiento informado de la totalidad de los estudiantes por parte de sus padres.

Finalmente, con la descripción del trabajo de campo, las observaciones y las evaluaciones que se realizan en cada proceso, se establece conclusiones y recomendaciones para nuevas experiencias con la misma estrategia pedagógica.

Resultados y Discusión

Primera etapa: Análisis de resultados para Identificación de competencias a intervenir

En la Institución Educativa Juanambú, del municipio de La Unión en el departamento de Nariño, en los resultados de las pruebas externas (SABER 11°) para el área de matemáticas, de los últimos tres años, se observa que los estudiantes tienen dificultades para tomar decisiones con base en una información determinada, estos conceptos corresponden a las competencias de interpretación y representación. La información se resume en la Tabla I.

Tabla 1 Porcentaje promedio de repuesta incorrecta en aprendizajes evaluados en relación con Estadística

Competencias estadísticas 34% del total de la prueba	Evidencias	Porcentaje 3 últimos años		
		2020	2021	2022
Interpretación y representación Comprende y transforma la información cuantitativa y	Da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes formatos como series, gráficas, tablas y esquemas.			
esquemática presentada en distintos formatos.	Transforma la representación de una o más piezas de información.	29%	30%	38%

Fuente: Reporte de resultados del examen SABER 11° por aplicación

Según estos resultados, es de considerar que para el Ministerio de Educación Nacional en su serie de Lineamientos Curriculares (1998), el uso muy frecuente de tablas de datos y las recopilaciones de todo tipo de información llevó al desarrollo de la estadística descriptiva, mientras que el estudio de ellos, por medio del pensamiento aleatorio llevó a la estadística inferencial y a la teoría de probabilidades. Ahora bien, según los Estándares Básicos de Competencias (EBC) en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas (2006, p. 65), El pensamiento aleatorio se apoya en el sistema de datos, directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva.

En los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2016), interpretar los datos de una tabla y relacionarlos con el gráfico, es una evidencia de que el estudiante comprende la información y la relaciona con el contexto, entonces, en la tabla I esta evidencia corresponde al 34% del total de la prueba y el porcentaje de respuesta incorrecta muestra que es importante tener en cuenta la relación tabla de datos y gráfico estadístico, como aprendizaje que requiere intervención pedagógica.

Como prueba interna, se diseñó y aplicó un cuestionario pre test a los estudiantes de grado décimo cuatro, construido con base en las preguntas de Evaluar para Avanzar (ICFES, 2021 Y 2022), dicho instrumento consta de seis preguntas relacionadas con la construcción de gráficos estadísticos y seis ítems para la interpretación o lectura de gráficas, fue validado por tres expertos, uno cuenta con título de Doctor en Educación desempeñándose como docente en Educación Superior, Dos con título de Maestría en Educación Matemática, pero uno se desempeña como docente de Educación Superior, mientras que el otro, es docente oficial pero con funciones de tutor en el Programa Todos a Aprender [PTA], a quienes se les comparte el cuestionario junto con la matriz de operacionalización y el formato de validación. Durante dos semanas estas personas realizaron la

respectiva revisión del instrumento y fue aprobado para ser aplicado. Con valoraciones de 98, 100 y 97 puntos en una escala de cero a cien puntos. Los principales resultados se resumen en la Tabla II.

Tabla II. Porcentaje alcanzado por dimensión para cada variable

Variable alcanzado	Nivel	Dimensión	Porcentaje
Construcción de gráficos estadísticos Preguntas: 1, 2, 3, 4, 5 y 6	Elemental	Las palabras	78,6%
	Intermedio	El contenido matemático	21,4%
	Superior	Los convenios específicos	17,8%
Interpretación (lectura) de gráficos estadísticos Preguntas: 7, 8, 9, 10, 11 y 12	Elemental	Nivel racional / literal	53,6%
	Intermedio	Nivel crítico	3,6%
	Superior	Nivel hipotético	0,0%

Considerando las dimensiones para la construcción de gráficos estadísticos, en las preguntas se determinó los elementos matemáticos: Lenguaje cotidiano, Tabla de datos y Gráficos estadísticos como objetos semióticos, según Duval (2004), para la comprensión matemática debe considerarse al menos dos formas diferentes de expresar y representar un contenido matemático, llamadas registros semióticos, entonces, para Batanero y Arteaga (2010), la cultura estadística contempla el lenguaje de los gráficos y el análisis de datos, como formas de representación semiótica, debido a las conversiones que se pueden hacer para organizar e interpretar la información en un contexto.

De los resultados se observa que los estudiantes logran ubicar las palabras en los gráficos, tales como títulos, etiquetas y escalas de los ejes, pero hay una tendencia a imitar otros gráficos que están en el cuestionario, para esta parte, Felmer y Perdomo-Díaz (2017), destacan cuatro habilidades que se desarrollan en el aprendizaje estadístico, de ellas la recurrente es la de modelar tomada como un proceso básico inicial.

En cuanto al contenido matemático de los gráficos, se nota algunos aciertos al identificar los conjuntos numéricos, el área de sectores y las coordenadas, es importante resaltar que los

estudiantes tienen conocimientos previos asociados a este nivel, para Marzano (2007) y Del-Callejo, et al. (2020), consideran que el conocimiento y la actitud hacia la estadística, inicia en un primer nivel con los recuerdos de aprendizajes anteriores que los estudiantes ya adquirieron. Para los convenios específicos de los gráficos, se destaca las dificultades para seleccionar y construir un gráfico apropiado al problema que plantea la pregunta.

Al analizar la interpretación o lectura de los gráficos, se encontró que la mayor dificultad está en los niveles crítico e hipotético, en lo referente a comprender, evaluar el contexto de la información y la formulación de hipótesis o modelos alternativos para dar respuesta a la pregunta, Batanero (2001) y Wainer (1992) coinciden en que para lograr ser competente en estos niveles, es necesario que el estudiante haga inferencia e interpretación de datos que no se detectan a simple vista y considerar todos los elementos del texto y del gráfico con el fin de articular una respuesta.

Debido a que en los resultados del cuestionario, se notó mejor interpretación de las preguntas relacionadas con el café, que es el cultivo destacado en la región, se debe tener en cuenta para las secuencias de aprendizaje, diseñar actividades con información real del entorno de los estudiantes. Esta apreciación se evidencia en las propuestas de Alvarado (2018) y Del-Callejo-Canal et al. (2016), donde un elemento fundamental para desarrollar el razonamiento estadístico es lograr que los estudiantes reconozcan la necesidad de los datos en una información, en consecuencia, el aprendizaje es activo y dinámico.

Segunda etapa: 1. Delimitación conceptual

Para la delimitación conceptual, se tiene una visión preliminar a partir de los resultados obtenidos en la primera etapa de la investigación, posteriormente, se hizo una articulación con los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (2006) y los Derechos Básicos de Aprendizajes (DBA, 2016), que constituyen una ruta bien definida

que sirve como guía para el docente y las respectivas evidencias, son la orientación para evaluación constante del proceso desarrollado por el estudiante.

En este punto, es necesario dedicar un apartado a la descripción del pensamiento aleatorio o sistema de datos, en el marco de los Lineamientos curriculares, los Estándares Básicos de Competencias (EBC), los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y las pruebas SABER 11° del ICFES. Para ello partimos de la idea: La construcción e interpretación de gráficos estadísticos es también parte importante de la cultura estadística, que es la unión de dos competencias relacionadas: “a) Interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos y b) discutir o comunicar opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (Gal, 2002, pp. 2-3).

Actualmente, para los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2016), se considera que en los currículos escolares se tiende a promover el desarrollo del pensamiento aleatorio, debido a que este, está presente en situaciones cotidianas como: La ciencia, la cultura, el deporte, la política, las redes sociales, los acontecimientos nacionales e internacionales. Los DBA, mantienen relación y coherencia con los lineamientos curriculares y los EBC en lo referente a las rutas de aprendizaje y a los procesos planeados para cada grado. Lo anterior se resume en la tabla III.

Tabla III Delimitación conceptual

Variable	Niveles	Dimensiones	Descripción
Construcción de gráficos estadísticos	Elemental	Las palabras	En el gráfico se refiere a: Títulos, etiquetas y escalas de los ejes, claves para comprender las relaciones representadas
	Intermedio	El contenido matemático	Se refiere al contenido subyacente: conjuntos numéricos, área de sectores, longitud de líneas, coordenadas
	Superior	Los convenios específicos	Aspectos propios de cada gráfico, relacionados con la lectura, construcción o elección correcta de un gráfico.
<p>DBA 1 asociado a la construcción de gráficos: Selecciona muestras aleatorias en poblaciones grandes para inferir el comportamiento de las variables en estudio. Interpreta, valora y analiza críticamente los resultados y las inferencias presentadas en estudios estadísticos.</p> <p>Evidencias DBA 1: Construye tabla de frecuencias para datos no agrupados de una situación específica. Construye gráficos apropiados para representar distribuciones de los datos. Interpreta los datos de la tabla y los relaciona con su gráfica</p>			
Interpretación (lectura) de gráficos estadísticos	Elemental	Nivel racional / literal	Leer, interpolar, detectar tendencias y predicen usando las características del gráfico
	Intermedio	Nivel crítico	Comprender el contexto, cuestionar y evaluar la fiabilidad de la información
	Superior	Nivel hipotético	Interpretar, evaluar y formular hipótesis o modelos alternativos
<p>DBA 2: asociado a la interpretación de gráficos: Propone y realiza experimentos aleatorios en contextos de ciencias naturales o sociales y predice la ocurrencia de eventos</p> <p>Evidencias DBA 2: Plantea o identifica una pregunta asociada a una representación gráfica de un experimento. Identifica la población y la variable en estudio de una tabla de frecuencias o de un diagrama.</p>			

De la Tabla III, las evidencias de cada Derecho Básico de Aprendizaje, forman una guía con la cual el docente orienta el proceso continuo e integral de evaluación de los desempeños de los estudiantes durante el desarrollo de cada actividad de la secuencia didáctica. Cabe resaltar que entre los procesos de enseñanza y aprendizaje, se ubica la evaluación como tercer elemento relevante, para García y Gálvez (2017), la mediación del docente busca consecución de las metas, dando a entender que el proceso de valoración debe ser constante, en esta misma línea la propuesta de Diaz-Barriga (2013) que fue incluida en la presente investigación, considera una forma de evaluar por cada actividad de la secuencia (inicio, desarrollo y cierre), lo cual propició para la docente, una posibilidad de modificar, reestructurar o afianzar el material didáctico en el proceso de enseñanza.

2. Planificación previa a la secuencia didáctica

Para la construcción de las secuencias didácticas de aprendizaje, se parte de la organización de ideas específicas en una tabla de planeación, que contiene

tres momentos: Momento 1 (M1) Motivación inicial (gráficos estadística), contiene dos secuencias, M1S1: Resaltar la importancia de visualizar información haciendo uso de los gráficos estadísticos y M1S2: Reconocimiento de saberes previos y la identificación de los elementos necesarios para los gráficos estadísticos.

El Momento 2 (M2) Relación tabla de datos y gráficos estadísticos, contiene dos secuencias M2S1: Reconocimiento de saberes previos. Identificar elementos en tablas de datos no agrupados y M2S2: Relación tabla de datos y diagrama circular (variable cualitativa), polígono de frecuencias (variable cuantitativa discreta) Diagrama de barras (variable cuantitativa discreta).

Finalmente, Momento 3 (M3). Lectura y construcción de tabla de datos y gráficos estadísticos, contiene también dos secuencias: M3S1: Niveles de lectura de datos y gráficos estadísticos Construcción de gráficos estadísticos A partir de la tabla de datos Y M3S2: Construir tabla de datos a partir del gráfico

estadístico, niveles de lectura de datos y gráficos estadísticos.

Es de resaltar que alcanzar la apropiación de la conversión y el tratamiento de los registros semióticos (Duval, 1995) en los estudiantes lleva cierto tiempo adicional al desarrollo de las secuencias didácticas, debido a su complejidad generada al combinar y sustituir unos signos por otros, dichos aspectos, también se son ubicados en los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (2006) como articulación de saberes matemáticos

Tercera etapa: Construcción y aplicación de las secuencias didácticas de aprendizaje Puntualmente, para Díaz-Barriga (2013), las actividades de una secuencia didáctica se estructuran en tres partes: inicio, con una evaluación diagnóstica, desarrollo donde la valoración es formativa y cierre con un balance sumativo, Como complemento, también se propone una bibliografía para cada secuencia, que tiene como función permitir que los estudiantes acceden y amplíen la información.

El análisis permite concluir que los procesos de enseñanza y aprendizaje son dinámicos cuando hay interacción entre los docentes, los estudiantes y el medio utilizado para adquirir el nuevo conocimiento, idea tomada de Chavarría (2006), en su trabajo basado en las situaciones didácticas planteadas por Brousseau, como estrategia pedagógica diferente a la tradicional.

De la aplicación de las secuencias didácticas, con los estudiantes de décimo se realizó un seguimiento por cada momento con sus respectivas valoraciones, el primero se resume en la Tabla IV.

Tabla IV. Momento 1 (M.1): Motivación inicial, las palabras (gráficos estadística)

Secuencias Didácticas	Descripción
M.1 S.1 Visualizar la importancia de presentar información en gráficos estadísticos.	Se presenta: información sobre el transporte escolar en un diagrama circular, distancia de la casa al colegio en un diagrama de barras y calificaciones en matemáticas en un polígono de frecuencias. Lectura inicial.
M.1 S.2 Identificar los elementos y características de cada gráfico estadístico	De los tres gráficos anteriores, los estudiantes reconocen para cada uno: Las palabras, otros elementos y la función asociada a cada información. Completar los elementos de los mismos tres gráficos, pero, con nueva información.

La observación que hacen Díaz-Barriga y Hernández (2010), sobre la importancia de que el docente genere expectativas apropiadas, para iniciar el estudio de un nuevo aprendizaje, se cumplió en este primer momento, al lograr que los estudiantes se sientan identificados con la información presentada en los tres gráficos diferentes, debido a la familiaridad con los datos reales del entorno escolar. En Batanero (2001), también se reconoce la importancia visual de la representación de los datos en una variedad de gráficos estadístico, de esto, se observó en los estudiantes capacidad de comparación entre los diagramas y, por ende, identificar las palabras y los elementos de cada uno, se resalta, para el diagrama circular, la relación entre los sectores y la construcción de ángulos, donde fue necesario dedicar un tiempo para recordar el uso del transportador.

En este primer momento, se presentó la oportunidad de iniciar con los estudiantes una lectura literal, en un nivel elemental, que se alcanza según lo manifiesta Aoyama (2007), cuando el docente hace preguntas orientadoras para que el estudiante detecte ciertas tendencias, fáciles de identificar porque están a simple vista en el gráfico, tal es el caso de los datos con mayor o menor frecuencia, los títulos, las escalas numéricas entre otros.

De los resultados obtenidos en el segundo momento, las principales características se sintetizan en la Tabla V.