Revista PERSPECTIVAS

REVISTA PERSPECTIVAS UFPS

Original Article https://doi.org/10.22463/25909215.4134

Resignificación del modelado de la Ley de enfriamiento de Newton: La interacción social como herramienta educativa en Ingeniería

Resignification of Newton's cooling law modeling: Social interaction as an educational tool in engineering.

Francisco Javier Córdoba-Gómez[1*], Fermín Álvarez Maceas[2], César Augusto Hernández-Suárez[3]

[1*]Maestro en Ciencias en Matemática Educativa, franciscocordoba@itm.edu.co , ORCID: 0000-0002-3371-3643, Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Cúcuta, Colombia.
[2]Candidato a Doctor en Ciencias de la Educación, fermin.alvarez@udea.edu.co, ORCID: 0000-0002-2451-9144, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia..
[3]Doctor en Ciencias de la Educación, cesaraugusto@ufps.edu.co, ORCID: 0000-0002-7974-5560, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia.

Cómo citar: Córdoba-Gómez F.J., Maceas F.A., Hernández-Suárez C.A., "Resignificación del modelado de la Ley de enfriamiento de Newton: La interacción social como herramienta educativa en Ingeniería.". *Perspectivas,* vol. 8, no. S1, pp. 223-234, 2023.

Recibido: Julio 12, 2023; Aprobado: Agosto 25, 2023.

RESUMEN

Palabras Claves:

Modelación, Interacciones, Resignificación, Contexto, Realidad.

El estudio se centró en analizar la influencia de la modelación en las interacciones dentro de clases de matemáticas, con énfasis en la resignificación del concepto de ecuación diferencial. Dicha ecuación fue utilizada como herramienta para modelar el fenómeno del enfriamiento. Utilizamos una metodología basada en estudios de campo, a través de la implementación de una unidad de aprendizaje. Dos grupos de estudiantes participaron en una clase centrada en ecuaciones diferenciales. Durante el curso, los estudiantes desarrollaron una actividad experimental sobre el fenómeno del enfriamiento. La intención subyacente era que construyeran un modelo matemático coherente con los datos recabados, facilitando así la resignificación del conocimiento matemático. Para la recolección de datos, se filmó la actividad y se colectaron los trabajos escritos de los estudiantes. El análisis evidenció que la resignificación del saber matemático se vio potenciada por la modelación y las interacciones en clase. Específicamente, la práctica de modelación no sólo fortaleció la motivación de los estudiantes hacia el ámbito matemático, sino que también amplió su comprensión y significado. Además, se observó que la modelación inserta a los estudiantes en contextos reales, promoviendo la conexión e integración del conocimiento matemático en distintas áreas del saber.

ABSTRACT

Key Words:

Modelling, Interactions, Resignification, Context, Reality.

The study focused on analysing the influence of modelling on interactions in mathematics classes, with emphasis on the re-signification of the concept of differential equation. This equation was used as a tool to model the phenomenon of cooling. We used a methodology based on field studies, through the implementation of a learning unit. Two groups of students participated in a class focused on differential equations. During the course, the students developed an experimental activity on the phenomenon of cooling. The underlying intention was for them to build a mathematical model coherent with the data collected, thus facilitating the re-signification of mathematical knowledge. For data collection, the activity was filmed and the students' written work was collected. The analysis showed that the re-signification of mathematical knowledge was enhanced by the modelling and interactions in class. Specifically, the practice of modelling not only strengthened students' motivation towards the mathematical domain, but also broadened their understanding and meaning. In addition, it was observed that modelling embedded students in real contexts, promoting the connection and integration of mathematical knowledge in different areas of knowledge.

***Corresponding author.**
E-mail address: cesaraugusto@ufps.edu.co (César Augusto Hernández-Suárez)

Introducción

Este estudio abordó la importancia de la modelación matemática, respaldada por diversas perspectivas autorales. En años anteriores, tanto la modelación como sus aplicaciones, enseñanza y aprendizaje adquirieron mayor relevancia en distintos niveles educativos, impulsados por el constante uso en dominios científicos, matemáticos y tecnológicos (Molina-Mora, 2017).

La evolución hacia una educación matemática centrada en habilidades para resolver problemas prácticos se convirtió en una prioridad (Erazo & Escobar, 2015). En este contexto, era fundamental que el contenido educativo tuviera una aplicación directa en la vida diaria, facilitando la resolución de dilemas cotidianos.

La modelación permitió a los estudiantes comprender el tema en contextos relevantes en diversos campos (Erazo & Escobar, 2015). Zaldívar et al. (2017) resaltaron que esta herramienta fue esencial para optimizar la comprensión estudiantil sobre los escenarios en los que participan, incentivando además el desarrollo de habilidades y una actitud proactiva hacia las matemáticas.

A medida que se construían, interpretaban y validaban modelos basados en escenarios reales, la modelación jugó un rol crucial en el refuerzo de habilidades estudiantiles (Trujillo, 2020). Otros estudios subrayaron que la aplicación de esta estrategia pedagógica enriqueció el aprendizaje matemático en diversas áreas del saber, promoviendo un razonamiento y acción específicos (Meneses & Peñaloza, 2019.

Investigaciones, como la citada en Hernández et al. (2016), se enfocaron en problemas de aplicación de ecuaciones diferenciales, como los de mezclas. Además, otros estudios evidenciaron cómo la modelación ofrecía soporte cognitivo a las concepciones del estudiante, integrando el saber matemático en la cultura y promoviendo un enfoque crítico hacia modelos preestablecidos. Al abordar temáticas como la contaminación fluvial, se destacaron elementos que resaltaron la importancia de la modelación en el fortalecimiento de habilidades científicas (Rodríguez & Díaz, 2011).

Finalmente, investigaciones como la de Peña-Páez & Morales-García (2016) subrayaron la modelación como estrategia primordial en la generación de conocimiento, facilitando la validación, predicción y gestión de sistemas. Dada esta relevancia, el objetivo principal fue discernir cómo la modelación podía enriquecer interacciones pedagógicas y simplificar el proceso de resignificación de conceptos como las ecuaciones diferenciales. Esta investigación fundamentó su relevancia en la necesidad de estrategias didácticas que conecten conceptos abstractos con aplicaciones prácticas, constituyendo una valiosa adición al conocimiento existente sobre herramientas educativas efectivas.

Modelo, realidad y contexto

El concepto de modelo en matemáticas posee diversas acepciones encontradas en la literatura, presentándose como un término polisémico (Maldonado, 2013; Lucas & Miraval, 2019). La modelación matemática, en esencia, comprende el establecimiento de correspondencias entre el mundo extramatemático y las estructuras matemáticas inherentes (Brito-Vallina et al., 2011; Mendible, 2015). Al enfocar las actividades de modelación, se prioriza la noción de 'realidad'. Esta constituye el fundamento para seleccionar fenómenos o desafíos a tratarse matemáticamente y enfatiza el vínculo innato entre la realidad concreta y la conceptualización matemática (Villa–Ochoa et al., 2010; Toloza, 2022).

Dicha conexión se manifiesta en los contextos diarios, sociales, culturales, y consumibles en los que se sumergen los estudiantes. Es imperativo que el aprendizaje matemático se ancle en contextos palpables, apoyándose en experiencias reales del estudiante. Esta 'realidad', junto con el contexto, no deben percibirse como entidades aisladas. En su lugar, forman una relación interdependiente que influye significativamente en el enfoque modelador de la matemática educativa (Morales, 2021).

En un estudio Villa-Ochoa et al. (2017), se proponen tres ambientes específicos para integrar la modelación en el ámbito educativo. Primero, aquellos en los que las operaciones matemáticas emergen de acciones tangibles. Segundo, las situaciones en las que los estudiantes estructuran y resuelven problemas cotidianos identificando las matemáticas involucradas. Finalmente, problemas reales que sirven como pilares para introducir y cultivar conceptos matemáticos novedosos.

Antes de delinear la aplicabilidad de la modelación en el aula, se debe esclarecer la distinción entre "modelización"

–actividad científica– y "modelación"

–una herramienta educativa para construir conceptos matemáticos. Mientras que la modelización se utiliza para entender problemas en ciencias exactas, la modelación matemática amalgama la modelización con la educación, aprovechando su naturaleza científica para fines didácticos (Morales-Rovalino et al., 2021).

A pesar de la inherente conexión de la matemática con situaciones cotidianas, en muchos currículos educativos prevalece la escasa incorporación de actividades experimentales que relacionen teorías matemáticas con la vida diaria de los estudiantes (Villa & Ruiz, 2009 Aunque la importancia de la experimentación en la modelación ha sido resaltada por diversos académicos (Rodríguez & Quiroz, 2016), su inclusión en programas educativos aún es incipiente. No es raro encontrar que, en materiales educativos, la modelación se presente al cierre de unidades o capítulos (Luquez et al., 2021). A pesar de esta tendencia, es vital que la modelación, como componente curricular (Villa & Ruiz, 2009), se entrelace con actividades experimentales, enriqueciendo así el entendimiento matemático del estudiantado.

Proceso de Resignificación del Saber Matemático y la Ecuación Diferencial a través de la Interacción

La resignificación de un saber matemático implica transformar el conocimiento en competencias aplicables en actividades humanas y enmarcadas en contextos culturales e institucionales específicos, no otorgarle un nuevo significado (García, 2018). Esta transformación se materializa en el uso del conocimiento en situaciones particulares.

Mediante la implementación de la modelación, docentes y estudiantes establecen dinámicas interactivas, diálogos y acuerdos que enriquecen el conocimiento matemático escolar (Parra-Zapata et al., 2018). A través de este proceso interactivo, el conocimiento matemático se va configurando y reconfigurando, generando resignificaciones en un proceso de negociación (Mendoza & Cordero, 2018).

La resignificación a través de la modelación proviene del uso específico y contextualizado de la ecuación diferencial, con un propósito claro en el fenómeno de enfriamiento. Esta adaptación enriquece la ecuación diferencial, resaltando su potencial como herramienta matemática para representar diversos fenómenos (Castrillón-Yepes, et al., 2022). A través de este proceso conectado con la realidad, los estudiantes descubren nuevas aplicaciones y dimensiones del conocimiento matemático, enriqueciendo su aprendizaje y experiencia escolar.

La resignificación surge de la confrontación entre lo que los estudiantes sabían o creían saber, sus intuiciones o suposiciones, y los resultados derivados de una experiencia real en la que tuvieron una participación activa (Botero & López, 2012). Así, la reinterpretación enriquece el saber matemático, dotándolo de mayor relevancia, generando curiosidad y brindando nuevas perspectivas y cuestionamientos.

La dinámica en el aula engloba la interrelación entre diversos componentes del proceso educativo: el docente, el estudiante, el conocimiento y el contexto socioeducativo (Vásquez, 2010). Cuando esta interacción se rige por principios como la intención y reciprocidad, significado y trascendencia, tiene el potencial de moldear la estructura cognitiva del estudiante (Zapata-Ros, 2015).

En el ámbito educativo, factores esenciales son el docente, el estudiante, el contenido a aprender y las metas pedagógicas. La sinergia entre estos componentes es crucial para la eficacia de cualquier entorno educativo, en particular en el aula de matemáticas (Casasola, 2020).

Las interacciones sociales reflejan la vivencia diaria del entorno social, en particular en el aula de matemáticas (Sandoval, 2009). Estos vínculos dan lugar a conductas influenciadas por las expectativas, tensiones e impactos culturales y sociales. Estas interacciones se centran en las que favorecen la formación y reinterpretación del saber matemático en la escuela.

Las dinámicas interactivas dentro de un grupo crean una malla de vínculos que forjan un entorno de aprendizaje, donde los participantes colaboran entre sí. Dicha interacción promueve el flujo de ideas y es esencial para compartir y comprender intenciones y significados (Pereira, 2010).

El discurso, entendido como una herramienta comunicativa, es esencial en las interacciones del aula. Es relevante examinar estas interacciones a través de las distintas manifestaciones del discurso, ya sean verbales o escritas. Dichas manifestaciones revelan la esencia de los argumentos y saberes utilizados en la creación y reinterpretación del conocimiento matemático escolar (Forero-Sáenz, 2008).

Durante esta experiencia, se incentivaron las interacciones al modelar el fenómeno de enfriamiento. Tanto las expresiones orales como escritas reflejan dichas interacciones y, por ende, son dignas de análisis.

Metodología

El enfoque metodológico adoptado para esta investigación se basó en una perspectiva cualitativa, conforme al planteamiento de Salgado (2007), enfocado en el análisis pormenorizado del entorno natural en el que surgen las interacciones y comportamientos. Dicha metodología posibilitó una comunicación continuada con los participantes, facilitando un entendimiento profundo de sus percepciones en relación al fenómeno investigado. El principal objetivo era brindar descripciones detalladas de la resignificación del saber matemático en la práctica de modelación.

Interacciones en el Contexto de Aprendizaje

Alineado con el método etnográfico propugnado por Álvarez (2008), se realizó un análisis exhaustivo de las interacciones surgidas en el contexto educativo. El propósito central radicaba en documentar y analizar las interacciones, especialmente centradas en el concepto de ecuación diferencial que representa el fenómeno de enfriamiento (Arcila, 2022). El enfoque trascendió la mera descripción, buscando comprender cómo, en un entorno argumentativo y discursivo, se construyeron argumentos y herramientas interpretativas.

Selección de Participantes y Metodología Experimental

La actividad experimental tuvo lugar en el laboratorio ecuaciones diferenciales para estudiantes de programas de Ingeniería. Se eligieron dos grupos de instituciones diferentes: uno de una universidad privada, compuesto por 21 estudiantes de entre 18 y 22 años, y otro de una institución universitaria oficial con 10 estudiantes de edades entre 20 y 27 años.

En ambos escenarios, los grupos se organizaron en equipos para las correspondientes sesiones de trabajo, las cuales tuvieron una duración de cuatro horas.

Actividad Experimental y Etapas de Desarrollo

Centrada en el fenómeno de enfriamiento de la silicona. La actividad se estructuró en cuatro fases, diseñadas para proporcionar coherencia a la práctica de modelación. Estas fases involucraron la discusión de ideas preliminares, la realización de la actividad experimental y la recolección de datos, la manipulación de dichos datos y, finalmente, la discusión y validación de resultados.

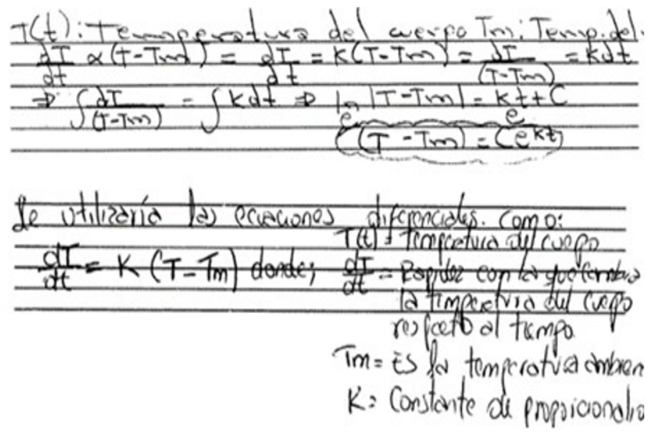
Resultados

La motivación y los conocimientos previos

Este ejercicio inicial fomentó la interacción, la argumentación y la comunicación entre los estudiantes, promoviendo el consenso, avivando su interés y sentando las bases para actividades subsiguientes. Se movilizaron sus conocimientos anteriores para elaborar conjeturas, vincular con contextos reales y construir modelos cognitivos relacionados al fenómeno de enfriamiento (Santos, 2010). A continuación, se exponen algunas cuestiones junto con sus respuestas:

Pregunta 1: *¿Qué conceptos o herramientas matemáticas utilizaría para identificar y analizar dicha tendencia o comportamiento?*

Respuesta:



T(t): Temperatura del cuerpo Tm: Temp. del.

$\frac{dT}{dt} \propto (T-Tm) \Rightarrow \frac{dT}{dt} = K(T-Tm) \Rightarrow \frac{dT}{(T-Tm)} = kdt$

$\Rightarrow \int \frac{dT}{(T-Tm)} = \int kdt \Rightarrow \ln|T-Tm| = kt+C$

$(T-Tm) = Ce^{kt}$

Le utilizaría las ecuaciones diferenciales. Como:

$\frac{dT}{dt} = K(T-Tm)$ donde; T(t): Temperatura del cuerpo

$\frac{dT}{dt}$: Rapidez con la que cambia la temperatura del cuerpo respecto al tiempo

Tm: Es la temperatura ambien

K: Constante de proporcionalid

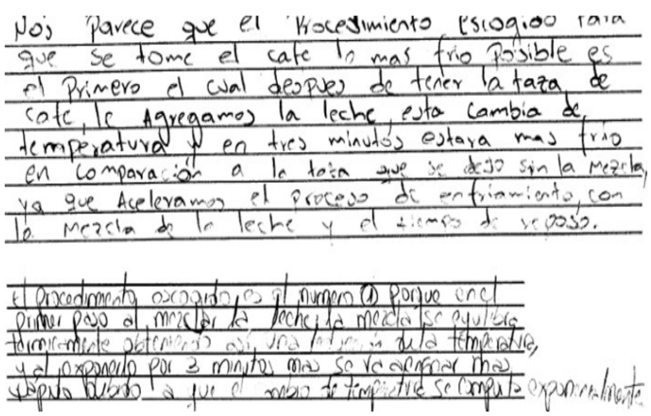
Figura 1. Respuesta pregunta 1, momento 1.

El análisis reveló que los estudiantes tenían una clara comprensión del fenómeno de enfriamiento y podían prever su solución. Esto indicaba que, teóricamente, no deberían enfrentar dificultades al trasladar su entendimiento matemático a contextos prácticos (Melo et al., 2019). No obstante, cuando intentaron aplicar dichos conocimientos en una situación concreta, no lograron, como se evidencia en la siguiente pregunta:

Pregunta 2: *Considere la siguiente situación y justifique el enfoque que elija. Se le ha servido café caliente, ocupando la mitad de la taza, con una temperatura aproximada de 85°C. Necesita tomarlo rápidamente, pero prefiere combinarlo con leche. Tiene a disposición leche a temperatura ambiente, alrededor de 20°C. Tiene dos alternativas para enfriar el café: Primera, agregar leche al café hasta completar la taza y luego esperar alrededor de 3 minutos para que se enfríe un poco más. Segunda, esperar que el café en la taza se enfríe durante esos tres minutos, después añadir la leche y consumir la mezcla resultante. ¿Qué método le permitiría tener un café a una temperatura más baja en el mismo lapso de tiempo, evitando quemarse?*

La situación, alineada con la experiencia cotidiana de los estudiantes, buscaba estimular el debate y determinar su capacidad para emplear su comprensión sobre el fenómeno de enfriamiento en su resolución.

Respuesta: En esta instancia, los grupos estudiantiles optaron por la primera opción: “agregar leche al café hasta completar la taza y luego esperar alrededor de 3 minutos para que se enfríe un poco más”.


Nos parece que el Procedimiento escogido para que se tome el cafe lo mas frio Posible es el Primero el cual despues de tener la taza de cafe, le Agregamos la leche, esta cambia de temperatura y en tres minutos estara mas frio en comparación a la taza que se dejo sin la mezcla, ya que Aceleramos el proceso de enfriamiento, con la mezcla de la leche y el tiempo de reposo.

el Procedimiento escogido es el numero (1) Porque en el primer paso al mezclar la leche, la mezcla se equilibra térmicamente obteniendo así una [illegible] de la temperatura, y al exponerlo por 3 minutos mas se va a enfriar mas [illegible] a que el cambio de temperatura se comporta exponencialmente.

Figura 2. Respuesta pregunta 2

Las respuestas proporcionadas sugirieron que, si bien los estudiantes podían

manejar la formulación matemática, no tenían una comprensión plena del fenómeno de enfriamiento desde una perspectiva física (Santos, 2010). Esta discrepancia entre el entendimiento matemático y su aplicación práctica evidenciaba una carencia en la comprensión profunda y contextualizada del conocimiento matemático asociado al proceso de enfriamiento (González-Tejero et al., 2011).

El proceso de experimentación y registro de datos

En una fase específica del proceso, el instructor proporcionó una explicación detallada sobre el método y el sistema para documentar los datos. A cada grupo se les entregaron los insumos necesarios y las directrices para llevar a cabo el experimento (Dewey, 2010). Esta fase sumergió a los estudiantes en una situación real, dando la oportunidad para la aplicación práctica de la modelación. La intervención de los estudiantes en el proceso de experimentación es crucial para el aprendizaje significativo. Esta interacción promovió la transferencia de conceptos teóricos a una aplicación práctica. En este momento, los estudiantes no se limitaron a escuchar una explicación. En cambio, aplicaron los conocimientos teóricos obtenidos. La interacción práctica proporcionó a los estudiantes la posibilidad de experimentar directamente con los conceptos, mejorando no solo su comprensión y retención, sino que también facilita la internalización de los conceptos aprendidos (Vergel, 2014).

Procesamiento y Análisis Matemático de Datos

Los resultados de la actividad experimental se procesaron matemáticamente con el objetivo de desarrollar un modelo que se alineara con los datos y facilitara la predicción de comportamientos futuros. Durante la discusión de la actividad, se subrayó el valor de los argumentos, conjeturas, explicaciones y consensos, pues estos elementos reflejaban un proceso de resignificación del conocimiento matemático adquirido (Méndez & Cordero, 2011).

En su primer intento, los estudiantes diseñaron un modelo congruente con los datos obtenidos, buscando una solución a la ecuación diferencial basada en la ley de enfriamiento de Newton (García & Murillo, 2017). Comenzaron con un ajuste lineal y luego resolvieron la ecuación utilizando el enfoque de separación de variables (Zill, 2009).

A continuación, se presentó la respuesta de un equipo de estudiantes:

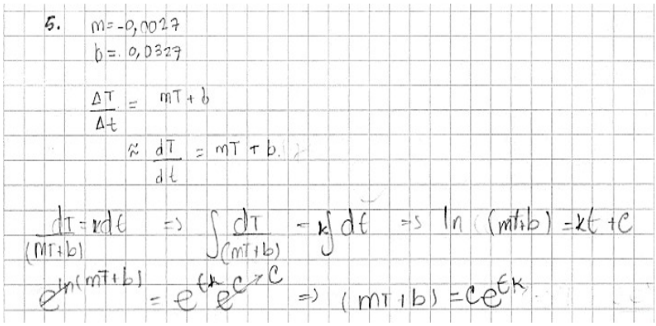


Figura 3. Respuesta momento 3.

Los estudiantes introdujeron la constante k en su planteamiento, sin proporcionar una justificación. Posteriormente, emplearon dos condiciones específicas para determinar los valores de las constantes C y k.

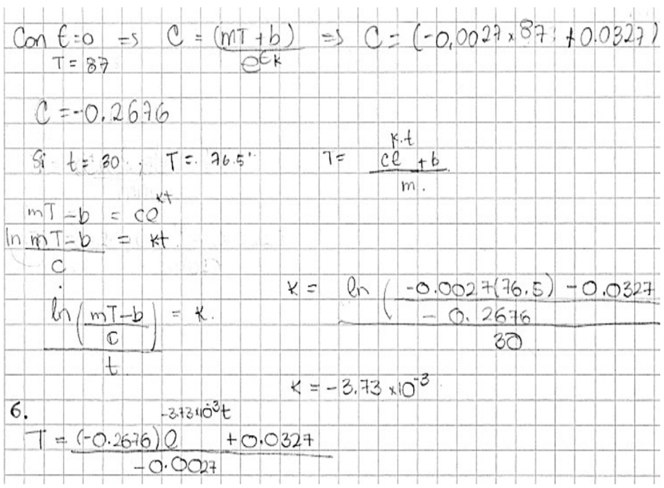


Figura 4. Complemento de respuesta.

La propuesta de este equipo se distinguió de las demás, evidenciando una adecuada manipulación de naturaleza exponencial y de las condiciones iniciales presentes en la ecuación diferencial. A pesar de que este procedimiento no se usa comúnmente, los estudiantes lograron resolver la ecuación diferencial y obtener una solución. El modelo resultante ajustó bien a los datos (Zill, 2009).

Evaluación y análisis de los resultados

Durante esta fase, se confrontaron los modelos derivados con los datos de la experimentación (Jiménez & Comet, 2016). Esta confrontación permitió discernir áreas de mejora, identificar conceptos erróneos o correctos previamente adquiridos y reconocer los logros y habilidades manifestados durante la práctica. Así, los estudiantes pudieron apreciar la aplicabilidad de las matemáticas en distintos dominios del saber. A partir de una situación real de modelado, reasignaron significado al conocimiento matemático escolar (Trigueros, 2009). Este fue el momento para el debate grupal en el que se alcanzaron consensos, y algunos conceptos se institucionalizaron.

Evaluación de los estudiantes sobre la experiencia

De acuerdo con las respuestas de los estudiantes, la mayoría coincidió en que existió una mejora notable en la comprensión. Este entendimiento reforzó su confianza, posicionando el conocimiento matemático como un aspecto cercano y accesible para ellos (Giné & Deulofeu, 2014). El ambiente favorable que se creó resultó propicio para el desarrollo de un proceso de enseñanza y aprendizaje dinámico y efectivo (Gamboa et al., 2023).

La resignificación del concepto de ecuación diferencial

Durante la resignificación, los grupos de estudiantes aplicaron no solo el conocimiento principal, sino también otros saberes complementarios para resolver el problema planteado. Este proceso validó el conocimiento matemático escolar, otorgándole sentido y utilidad para los estudiantes en contextos intencionados y situados. Aunque los procedimientos son relevantes, los estudiantes identificaron debilidades, por ejemplo, en la resolución de integrales, este aspecto no fue fundamental, dado que las dificultades procedimentales podían corregirse de manera relativamente fácil (García, 2018). Los estudiantes llegaron a la conclusión de que el conocimiento matemático escolar tiene alcances más amplios y que, a través de la interacción, se pueden construir conocimientos matemáticos (Cordero, 2005). Esta experiencia de modelado fue efectiva al fomentar interacciones variadas y significativas. Estas interacciones facilitaron la reevaluación de conocimientos previos, consolidaron los actuales y sentaron las bases para el aprendizaje futuro, todo dentro de un marco de construcción, debate y discusión colectiva (Godoy et al., 2016).

Discusión

Los resultados de la experiencia pedagógica, la Ley de Enfriamiento de Newton y la aplicación del concepto de ecuación diferencial, junto con otras actividades similares (García & Murillo, 2017) demostraron que la modelación superó la mera representación simbólica de un fenómeno. Sirvió como medio para identificar dificultades de aprendizaje y como una vía para relacionarse con el conocimiento, los otros y el entorno. Promovió diferentes modalidades de interacción, resignificacióny construcción colectiva de saber matemático.

La interacción social dentro del aula se manifestó como un pilar esencial en el proceso educativo, modulando actitudes, comportamientos y el crecimiento tanto cognitivo como emocional originados por las experiencias pedagógicas y las dinámicas en el marco institucional (Covarrubias & Piña, 2004). [En dicho escenario, la modelación potenció la colaboración, la reinterpretación y la edificación del saber matemático. Este florecimiento cognitivo ocurrió cuando los estudiantes colaboraron en un entorno marcado por el debate constante, la comparación de perspectivas y la formación de acuerdos mutuos (Molina-Mora, 2017).

La modelización matematizó la realidad de la situación propuesta a través de la construcción y desarrollo de un modelo (Bosch et al., 2006) integrado en la resolución de problemas, como estrategia didáctica aplicada a situaciones asociadas con entornos reales, físicos, sociales y culturales.

Las respuestas de los estudiantes sugirieron que la comprensión del conocimiento matemático puede divergir de la perspectiva tradicional. En lugar de verlo como un conjunto de entidades matemáticas estáticas y desvinculadas, tal como ocurre frecuentemente en las facultades de Ingeniería, puede visualizarse como una red interconectada donde la práctica de modelación potencia la resignificación de dicho conocimiento.

Los estudiantes enfrentaron desafíos en la construcción del modelo matemático, generalmente vinculados a esquemas tradicionales de enseñanza, que se alejan de la realidad y el contexto del estudiante (Maldonado, 2013).

Se hizo evidente la necesidad de nuevas formas de enseñar matemáticas en Ingeniería, integrando actividades prácticas o de laboratorio que potenciaron la comprensión de los estudiantes sobre diversos fenómenos y procesos susceptibles a la modelación matemática, logrando un incremento conceptual en cuanto a interpretación, formulación y solución de problemas (Plaza, 2016).

Conclusiones

La enseñanza de la modelación excedió la transmisión de contenido, pues se propuso el estudio de los fenómenos que ocurrían alrededor de estas prácticas. Los puntos de interés incluían las interacciones emergentes de las discusiones sobre un problema, los conocimientos previos y actuales presentados, las diferentes soluciones propuestas por los estudiantes, sus argumentos y justificaciones, ejemplificaciones, supuestos y certezas.

Se tuvieron en cuenta las necesidades educativas de los estudiantes, las estrategias que empleaban para abordarlas, las directrices del docente, su enfoque discursivo y la administración de la situación en general. Se exploró la manera en que el discurso matemático escolar se consolidaba, integrando todos los elementos presentes en el proceso de modelación y comprendiendo las razones detrás de las acciones de los participantes.

Las actividades de modelación sirvieron no solo como herramientas didácticas, sino también como medios para identificar y explorar componentes esenciales en la reconfiguración y construcción del conocimiento matemático, subrayando su aplicabilidad. La lección matemática se transformó en un espacio donde la renovación del saber matemático emergió como el foco central, originándose de la colaboración estudiante-estudiante y con el docente desempeñando un papel de facilitador.

Esta aproximación hizo que la modelación se estableciera como una opción profundamente enriquecedora y estimulante para los estudiantes en su trayectoria de aprendizaje. Para que la modelación fuera realmente efectiva, se priorizó, dentro de las capacidades y recursos a mano, iniciar con actividades que fueran relevantes y conocidas para los estudiantes, permitiéndoles participar activamente y sumergirse en la experiencia matemática.

Finalmente, a raíz de este proyecto, surgen varios posibles estudios futuros. Estos incluyen la aplicación de la modelación en diversas disciplinas educativas, su implementación en etapas educativas tempranas para fomentar habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico, la exploración del papel de las herramientas tecnológicas en la enseñanza de la modelación, la investigación de cómo la modelación puede promover habilidades, la evaluación a largo plazo del impacto de la enseñanza de la modelación en las habilidades, rendimiento académico y trayectorias de carrera de los estudiantes, y el desarrollo de herramientas para medir la efectividad de la enseñanza de la modelación en diferentes contextos educativos.

Referencias

Álvarez, C. (2008). La etnografía como modelo de investigación en educación. *Gazeta de Antropología,* 24(1), Recuperado de http://hdl.handle.net/10481/6998

Arcila, E. L (2022). *La modelación matemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales en los programas de ingeniería de la Institución Universitaria Antonio José Camacho* (Tesis de maestría, Universidad Tecnológica de Pereira). Recuperada de https://repositorio.utp.edu.co/server/api/core/bitstreams/a3832e4f-b4b9-4a4d-9db8-18b891539072/content

Bosch, M., García, F. J., Gascón, J., & Ruiz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática,* 18(2), 37-74.

Botero, C., & López, J. (2012). Resignificación de la práctica docente universitaria. Reflexión y acción en la Universidad de Medellín. *Ciencias Sociales y Educación,* 1(1), 37-60.

Brito-Vallina, m. L., Alemán-Romero, I., Fraga-Guerra, E., Para-García, J. L., & Arias-De Tapia, R. I. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica,* 14(2), 129-139.

Casasola, W. (2020). El papel de la didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje universitarios. *Comunicación*, 29(1). http://doi.org/10.18845/rc.v29i1-2020.5258

Castrillón-Yepes, A., Rendón-Mesa, P. A., & Sánchez-Cardona, J. (2022). Situaciones de modelación matemática para el aula: Aportes para diferentes niveles formativos. Medellín: Editorial Instituto Antioqueño de Investigación.

Cordero, F. (2005). El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 8(3), 265-286.

Covarrubias, P., & Piña, M. M. (2004). La interacción maestro-alumno y su relación con el aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 34(1), 47-84.

Dewey, J. (2010). *Experiencia y Educación*. Madrid: Editorial Bibliotheca Nueva.

Erazo, I. M. E., & Escobar, D. A. (2015). *La modelación matemática: Un aporte al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden en Ingeniería* (Tesis de pregrado, Universidad de Nariño). Recuperada https://sired.udenar.edu.co/1632/1/90899. pdf

Forero-Sáenz, A. (2008). Interacción y discurso en la clase de matemáticas. *Universitas Psychologica*, 7(3), 787-805.

Gamboa, L., Guevara, M. G., Mena, A., & Umaña, A. C. (2023). Taxonomía revisada de Bloom como apoyo para la redacción de resultados de aprendizaje y el alineamiento constructivo. *Revista Innovaciones Educativas*, 25(38),140-155.

García, V. (2018). Resignificar la diferencial en y con prácticas de Modelación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 11(1), 139-178.

García, A. M., & Murillo, Y. P. (2017). *La Ley de Enfriamiento de Newton como escenario para la resignificación de lo exponencial a partir de prácticas cotidianas* (tesis de pregrado, Universidad La Gran Colombia). Recuperado de https://acortar.link/tpw2jl

Giné, C., & Deulofeu, J. 82014). Conocimientos y Creencias entorno a la Resolución de Problemas de Profesores y Estudiantes de Profesor de Matemáticas. *Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 191-208.

Godoy, F., Varas, L., Martínez, M., Treviño, E., & Meyer, A. (2016). Interacciones pedagógicas y percepción de los estudiantes en escuelas chilenas que mejoran: una aproximación exploratoria. *Estudios pedagógicos*, 42(3), 149-169.

González-Tejero, J. M., Pons, R. M., & Ortíz, M. E. (2011). El desarrollo del Conocimiento Matemático. *Psicogente*, 14(26), 269-293.

Hernández. C. A., Jaimes, L. A., & Chaves, R. F. (2016). (2016). Modelos de aplicación de ecuaciones diferenciales de primer orden con geogebra: actividades para resolver problemas de mezclas. *Mundo Fesc*, (1). 7-15.

Jiménez, V. E., & Comet, C. (2016). Los estudios de casos como enfoque metodológico. Academo: *Revista de investigación en Ciencias Sociales y Humanidades,* 3(2), 1-11.

Lucas, A., & Miraval, C. J. (2019). Perspectiva epistemológica de las matemáticas como fundamento de las ciencias. *Investigación Valdizana,* 13(1), 40-50.

Luquez J., Pacheco J., & De La Hoz, E. (2021). Modelización matemática desde la perspectiva contextualizada. *Boletín Redipe*, 10(8), 463-80.

Maldonado, L. F. (2013). *El modelamiento matemático en la formación del ingeniero*. Bogotá: Ediciones Universidad Central.

Méndez, M. E. M., & Cordero, F. (2011). *Desarrollo de una red de usos de conocimiento matemático. Memoria de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa,* 293-301. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/16435/1/Mendez2011Desarrollo.pdf

Mendoza, E. J., & Cordero, F. (2018). La modelación en las comunidades de conocimiento matemático. El uso de las matemáticas en ingenieros biónicos. El caso de la estabilidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática,* 11(1), 36-61.

Mendible, A. (2015). La modelación matemática: Una visión interesada en la realidad. En J. Ortiz & M. Iglesias (Ed.). Investigaciones en educación matemática. Aportes en educación matemática. *Aportes desde una unidad de investigación*, (pp. 1-13). Venezuela: Universidad de Carabobo.

Meneses, M. L., & Peñaloza, D. Y. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona Próxima*, (31), 8-25.

Molina-Mora, J. A. (2017). Experiencia de modelación matemática como estrategia didáctica para la enseñanza de tópicos de cálculo. *Uniciencia*, 31(2), 19-36.

Morales, J. C. (2021). *El aprendizaje de las matemáticas a partir de contextos reales y pertinentes para el estudiante: Una manera distinta de construir conocimiento matemático* (Tesis doctoral, Universidad de Puerto Rico). Recuperada de https://repositorio.upr.edu/handle/11721/2 379

Morales-Rovalino, V. F., a Segovia-Chávez, J. P., Córdova-Borja, F. G. & Hernández-Allauca, A. D. (2021). Modelado y TICs en la Enseñanza de Ciencias y Matemática. *Dominio de las Ciencias*, 7(1), 874-884. http://doi.org/10.23857/dc.v7i1.1682

Parra-Zapata, M. M., Rendón-Mesa, P. A., Ocampo-Arenas, M. C., Sánchez-Cardona, J., Molina-Toro, J. F., & Villa-Ochoa, J. A. (2018). Participación de profesores en un ambiente de formación online. *Un estudio en modelación matemática Educación matemática*, 30 (1), 185-212.

Peña-Páez, L. M., & Morales-García, J. F. (2016). La modelación matemática como estrategia de enseñanza-aprendizaje: El caso del área bajo la curva. *Revista Educación En Ingeniería*, 11(21), 64–71. https://doi.org/10.26507/rei.v11n21.637

Pereira, A., Medeiros, L., Cury, T., Da Silva, L. (2009). El conocimiento tácito desde la perspectiva de Michael Polanyi. *Arquivos Brasileiros de Psicologia,* 71(2), 34-50. http://doi.org/10.36482/1809-5267.ARBP2019v71i2p.34-50.

Pereira, Z. (2010). Las dinámicas interactivas en el ámbito universitario el clima de aula. *Revista Electrónica Educare,* 14(Extra 0), 7-20.

Plaza, L. F. (2016). *Modelación matemática en ingeniería. IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 7(13). Recuperado de https://www.redalyc.org/jatsRepo/5216/521653253008/521653253008.pdf

Rodríguez, R., & Díaz, L. I. (2011). Modelación de problemas de mezclas en el curso de ecuaciones diferenciales. *Memoria de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, 318-325.

Rodríguez, R., & Quiroz, S. (2016). El rol de la experimentación en la modelación matemática. *Educación matemática*, 28(3), 91-110.

Salgado, A. C. (2007). Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos Liberabit. *Revista de Psicología*, 13, 71-78.

Sandoval, L. (2009). Las Interacciones Sociales que se Desarrollan en los Salones de Clase y su

Relación con la Práctica. *Revista Posgrado y Sociedad*, 9(2), 32-57.

Pedagógica que realiza el Docente en el Aula
Santos, J. A. (2010). Claves para conocer, pensar y repensar aspectos centrales y problemáticos del proceso de investigación social: Reseña de Howard S. Becker, Trucos del oficio: cómo conducir su investigación en Ciencias Sociales, Buenos Aires, Siglo Veintiuno, 2009. *Revista Latinoamericana De Metodología De Las Ciencias Sociales,* 1(1), 120–125. Recuperado de https://www.relmecs.fahce.unlp.edu.ar/article/view/v01n01a07

Toloza, S. J. (2022). *Contribuciones de la modelación matemática al estudio del concepto de integral* (Tesis maestría, Universidad Industrial De Santander). Recuperada de https://noesis.uis.edu.co/server/api/core/bitstreams/861d8623-f311-4b8d-9c21-a7daf e25bc99/content

Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87.

Trujillo, C. J. (2020). *Modelación de la practica pedagógica y educativa*. Un estudio de caso en enseñanza superior. Fusagasugá: Editorial de la Universidad de Cundinamarca.

Vásquez, F. (2010). *Estrategias de enseñanza: investigaciones sobre didáctica en instituciones educativas de la ciudad de Pasto.* Bogotá D.C: Kimpres Universidad de la Salle

Vergel, R. (2014). El signo en Vygotski y su vínculo con el desarrollo de los procesos psicológicos superiores. *Revista Folios*, (39), 65-76.

Villa, J. A., & Ruiz, H. M. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte,* (27), 1-21. Recuperado de https://core.ac.uk/download/pdf/1234143 2.pdf

Villa–Ochoa, J. A., Bustamante, C. A., & Berrio, M. (2010). Sentido de realidad en la modelación matemática. En P. Leston (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa ALME*, 21 (pp. 1087-1096). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa – Colegio Mexicano de Matemática Educativa.

Villa-Ochoa, J. A., Castrillón-Yepes, A., & Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemática. *Espaço Plural*, 28(36), 219-251.

Zapata-Ros, M. (2015). Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos. Bases para un nuevo modelo teórico a partir de una visión crítica del “conectivismo”. *Education in the Knowledge Society,* 16(1), 69-102.

Zaldívar, J. D., Quiroz, S. A., & Medina, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH*, 8(15), 87-110.

Zill, (2009). *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado* (9a. Ed.). México: Cengage Learning Editores, S.A.