



Análisis geométrico de las ralladoras usadas para elaborar el bollo de yuca desde una perspectiva etnomatemática

Geometric analysis of the graters used to make the cassava bun from an ethnomathematical perspective

Camilo Andrés Rodríguez-Nieto¹, Jonathan Alberto Cervantes-Barraza²

¹Doctor en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa, camiloarodriguez@mail.uniatlantico.edu.co, <https://orcid.org/0000-0001-9922-4079>, Universidad del Atlántico, Baranoa, Colombia

²Doctor en Educación Matemática, jacervantes@mail.uniatlantico.edu.co, <https://orcid.org/0000-0002-5708-8571>, Doctor en Educación Matemática, Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia

How to cite: C.A. Rodríguez-Nieto, J.A. Cervantes-Barraza, “Análisis geométrico de las ralladoras usadas para elaborar el bollo de yuca desde una perspectiva etnomatemática”, *Respuestas*, vol. 26, no. 1, pp. 132-149, 2021.

Received on November 11, 2020 - Approved on December 4, 2020.

RESUMEN

Palabras clave:

Pirámide truncada,
cilindro,
Etnomatemática,
bollo de yuca,
geometría.

En esta investigación se analizó la geometría inmersa en las ralladoras usadas en la elaboración de bollos de yuca. Teóricamente el estudio se desarrolló bajo un enfoque etnomatemático y se consideraron las actividades universales. La metodología fue cualitativa desarrollada en cuatro etapas, 1) selección del comerciante de bollos de yuca, 2) se realizó una observación no participante, 3) ejecución de entrevistas semiestructuradas para conocer su actividad a profundidad y, 4) análisis de los datos. Los resultados evidenciaron que, en una de las etapas del proceso de elaboración del bollo de yuca (rallar la yuca), el comerciante usó dos artefactos o máquinas ralladoras donde se evidencian cuerpos geométricos: la pirámide truncada y el cilindro a los cuales se les calculó el área total, el volumen y fueron modelados en SketchUp que es un software de geometría dinámica. Estos resultados pueden ser considerados para diseñar tareas extramatemáticas y proponerlas en el salón de clases como lo sugieren los estándares curriculares de matemáticas de varios países entre los que destacan el NCTM y el MEN, así como establecer conexiones etnomatemáticas entre las matemáticas de la práctica cotidiana y las matemáticas institucionalizadas.

ABSTRACT

Keywords:

Truncated pyramid,
cylinder,
Ethnomathematics,
cassava bun,
geometry.

In this research, the geometry immersed in the graters used in the elaboration of cassava buns was analyzed. Theoretically, the study was developed under an ethnomathematical approach and universal activities were considered. The methodology was qualitative developed in three phases, 1) selection of the cassava bun merchant, 2) a non-participant observation was carried out, 3) execution of semi-structured interviews to know their activity in depth and, 4) data analysis. The results showed that, in one of the stages of the cassava bun making process (grating the cassava), the merchant used two artifacts or grating machines where geometric bodies are evident: the truncated pyramid and the cylinder to which it was calculated. the total area, the volume and were modeled in SketchUp which is a dynamic geometry software. These results can be considered to design extra-mathematical tasks and propose them in the classroom as suggested by the mathematics curriculum standards of several countries, among which the NCTM and the MEN stand out, as well as to establish ethnomathematical connections between mathematics in daily practice and institutionalized mathematics.

Introducción

Diversas investigaciones centradas en la enseñanza y aprendizaje de la matemática desde un punto de vista cultural han considerado esencial fundamentarse teóricamente de la Etnomatemática, dado que, esta línea de investigación valora las matemáticas evidenciadas en las actividades cotidianas, permitiendo establecer conexiones entre la cultura, la matemática y el sector educativo [1][2][3].

*Corresponding author.
E-mail Address: camiloarodriguez@mail.uniatlantico.edu.co (Camilo Andrés Rodríguez-Nieto)

Peer review is the responsibility of the Universidad Francisco de Paula Santander.
This is an article under the license CC BY-NC 4.0



[4] sostiene que, la “Etnomatemática es la Matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas o rurales, grupos de trabajadores, clases profesionales, niños, sociedades indígenas y otros grupos que se identifican por objetivos y tradiciones comunes a los grupos” (p. 9). Bajo esta perspectiva teórica, [5] menciona que la Etnomatemática estudia el saber hacer y los conocimientos matemáticos adquiridos y desarrollados en la actividad práctica, en los que se destacan vendedores de mercados, pintores, cocineros, tejedores, jugadores. Además, permite dar evidencias de qué conceptos matemáticos están inmersos en las culturas humanas, en las experiencias de las personas o grupos sociales.

El interés por los estudios fundamentados en la Etnomatemática ha permitido la aparición de diversos trabajos cuyo objetivo es mostrar nociones matemáticas evidenciados en prácticas cotidianas tales como (diseñar, medir, calcular, identificar simetrías, patrones, entre otros). En esta línea, se han realizado estudios en torno a las medidas convencionales y no convencionales [1][2][6][7][8][9][10][11][12][13], diseños de instrumentos, artefactos y artesanías [14][15][16][17], cálculo aritmético, y operaciones básicas de la aritmética [18][19], en efecto se ha vinculado la etnomatemática con la modelación matemática [20][21].

Asimismo, se han realizado estudios desde un punto de vista de la geometría resaltando el papel fundamental de los diseños, patrones, relaciones con las medidas, entre otros [22][23][24][5][25]. En [26] identificaron la medida de la base cuadrada de la casa o vivienda tradicional arhuaca, que tiene forma triangular en el techo, con forma de paralelepípedo en las paredes y piso. Asimismo, reportaron patrones geométricos, medidas como la altura de la persona, la brazada, nociones de paralelismo y perpendicularidad. [2] investigaron sobre las conexiones matemáticas que realiza un profesor sobre la derivada, pero emergió otro tipo de conexión denominada metafórica donde se considera un dominio de partida basado en las experiencias cotidianas o corporales de un sujeto y se relaciona con dominio de llegada abstracto de las matemáticas institucionales.

En esta investigación, se aborda el estudio de conceptos geométricos implícitos en la cotidianidad y en la enseñanza de la matemática escolar obligatoria sugerida por los currículos. De hecho, el [27] afirma que, los profesores de matemáticas deben contribuir en sus estudiantes para que vean y usen las conexiones entre la fórmula adecuada y el objeto real, así como en educación primaria los alumnos deberían aplicar fórmulas para hallar el perímetro y área de figuras geométricas y, en la educación secundaria deberían experimentar matemáticas relacionadas con fórmulas para encontrar el volumen y el área de cilindros y prismas. No obstante, [28] sostienen que, “la mayoría de los estudiantes asumen que las matemáticas y la cultura no están relacionadas. Esto puede ocurrir porque las matemáticas que se enseñan en la escuela no son contextuales y están lejos de la realidad de la cotidianidad” (p. 295).

Otras investigaciones, por ejemplo, [29] se preocupó por promover en los profesores la conceptualización de los conceptos geométricos para favorecer la exploración, el razonamiento de dejar de lado el uso mecanizado de definiciones que solo estimulaban un ambiente pasivo en los estudiantes. [30] experimentaron y compararon la transferencia de calor por puente térmico a partir de la modificación de la geometría de los tabiques en bloque cerámico H10.

[31], sustentan que el estudio de la geometría permite analizar y comprender el espacio físico que nos rodea y relacionarlo con elementos básicos de la geometría como rectas, puntos, planos y cuerpos geométricos. [32] exploraron estrategias geométricas de configuraciones urbanas por medio de la observación, promoviendo la transferencia del significado de las formas construidas en lugares urbanos percibiendo, analizando y conectando las vivencias de los usuarios sociales y culturales dinamizando cualquier espacio. En este sentido, [33] señalan que se favorece el desarrollo de competencias relacionadas con el sentido espacial y el razonamiento matemático de los estudiantes. En aras de abordar la problemática planteada con respecto a la enseñanza de conceptos de la geometría plana y tridimensional, en esta investigación se analiza el diseño de dos artefactos culturales con forma de pirámide truncada y de cilindro con el fin de proporcionar al estudiante y al profesor de matemáticas elementos conceptuales (definiciones de conceptos, propiedades y/o características implícitas en los artefactos) basados en actividades de corte práctico y teórico.

En esta investigación referimos a un artefacto cultural desde la perspectiva de [4] y [15], en términos de los objetos conformados por un conjunto de piezas y herramientas creados por miembros de un grupo cultural y que cumple un rol importante entre las actividades que caracterizan el grupo cultural. Los artefactos culturales que se emplean en este estudio son 1) una ralladora manual hecha con lata de hierro y 2) una máquina ralladora de yuca artesanal construida por el comerciante de bollo de yuca, la cual está conformada por dos piezas, *la base* con forma geométrica cilíndrica y *la parte superior* tiene forma de una pirámide truncada. De hecho, los artefactos se fabrican utilizando el conocimiento matemático local desarrollado en diferentes ambientes culturales a través de distintos materiales usados en dichos contextos [4].

Actualmente, por la pandemia generada por la Covid-19, algunas investigaciones sugieren que las clases de geometría, por un lado, se aborden considerando prácticas cotidianas como la elaboración de bollos y cometas y se modelen a partir del software GeoGebra promoviendo conexiones [1] y, por otro lado, se consideren metodologías para la creación de videos educativos en la clase de geometría y también se usan videos para modelar los pasos individuales al momento de trabajar con niños con discapacidades y trabajar con operaciones aritméticas, números enteros, calcular porcentajes, proporcionalidad, medida, entre otros [34].

Dada la relevancia que se le ha atribuido a las matemáticas y la geometría en la cultura, en esta investigación se pretende analizar nociones geométricas (con base en las matemáticas institucionales y actividades universales) evidenciadas en las ralladoras usadas en la elaboración del bollo de yuca (*Manihot esculenta Crantz*) por un comerciante del corregimiento de Sibarco, especialmente, se indaga sobre el diseño de los artefactos culturales. Cabe señalar que, este trabajo investigativo nació de la motivación y la necesidad de estudiar una actividad en la que se involucran diversos aspectos que al ser valorados podrían contribuir en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en particular de la geometría. Esto se asegura dado que, planteamientos curriculares sugieren que las matemáticas deben ser contextualizadas donde se establezcan conexiones entre las matemáticas y la vida cotidiana con el propósito lograr una mejor comprensión de los conceptos matemáticos y geométricos [27]. Asimismo, las actividades cotidianas contribuyen a los estudiantes a percibir la relevancia de las matemáticas y auxilian a los profesores a utilizar esta conexión para enseñar los conceptos matemáticos mediante el uso de las prácticas matemáticas a través de las etnomatemáticas y de los artefactos culturales [21].

Fundamento teórico

Etnomatemática

El fundamento conceptual del programa Etnomatemática está conformado desde un punto de vista etimológico, tal como lo definió D'Ambrosio en [35]:

El conjunto de modos, estilos, artes y técnicas (*technés o ticas*) para explicar, aprender, conocer, liderar en/con (*matemá*) los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios (*etnos*) de una cultura, o sea, Etnomatemática son las ticas de matemá en un determinado etno (p. 103).

Sin embargo, en [36] considera que la etimología de la Etnomatemática como *las tics de la de mathema en una etno*, podría obstaculizar la interpretación y representación del conocimiento matemático de una persona, dado que dicha secuencia reduce a lo que se considera conocer el pensamiento matemático de un persona o comunidad. Por tal motivo, [36] afirma que, la Etnomatemática:

No sólo es lo sociocultural, también es lo histórico, lo político, lo ético, su relación con la educación, la formación, la pedagogía, la didáctica, lo religioso, lo económico, lo psicológico, lo lingüístico que median en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y no a todas estas dimensiones las podemos interpretar mediante las tics de mathema en una etno (p. 192).

Además, la Etnomatemática enfatiza profundamente en las ticas y, por esta razón, en esta investigación se consideran las seis actividades universales propuestas por [37]: 1) *diseñar*, que se refiere a transformar elementos de la naturaleza, ya sea madera, arcilla o terreno y transformarlo en un objeto, podría ser un ornamento tallado, una olla, un huerto. Asimismo, diseñar es referirse a la tecnología, los artefactos, objetos manufacturados que las personas de una cultura crean para su vida cotidiana y lograr un objetivo. En síntesis, diseñar “desarrolla imágenes, formas e ideas geométricas” [37]. 2) *contar* se refiere a comparar y ordenar objetos, hacer conteos corporales o digitales involucrando el uso de marcas, cuerdas, objetos o haciendo registros en función de la labor que haga la persona [37]. 3) *medir*, enfatiza en comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia [37].

Otra actividad es la de 4) *localizar*, referida a la exploración y reconocimiento del entorno espacial, donde el sujeto simboliza el entorno con modelos, dibujos, mapas, entre otros recursos, con el fin de generar una noción o idea de ubicación. Para ello, el sujeto uso distintos conceptos geométricos como rectas, planos, ángulos, etc. [37]. 5) *jugar*, permite desarrollar ideas y conexiones matemáticas en la ejecución de juegos, dado que está ligada a la cultura y al establecimiento del orden, reglas, estrategias, procedimientos, imaginación, ingenio, entre otros aspectos que, de hecho, requieren de las matemáticas [37]. Por último, Según [37] la actividad de 6) *explicar*, es entendida como la manifestación de aspectos cognitivos, características, propiedades o bien, conceptualizar objetos del entorno, permitiendo al ser humano argumentar cuando se le pregunta sobre un fenómeno: ¿por qué? ¿cómo? ¿dónde? Y responde basado en la experiencia o de forma abstracta.

Metodología

La investigación es de tipo cualitativa-etnográfica basada en un estudio de caso único [38], llevada a cabo en cuatro etapas: 1) se seleccionó el participante (comerciante de bollos), 2) se realizó una *observación no participante* [39] con el objetivo de conocer al comerciante de bollo de yuca, el lugar donde trabaja y conseguir un permiso para hacer entrevistas, es decir, la familiarización. 3) se recolectaron los datos por medio de la entrevista semiestructurada [40], iniciando con las preguntas abiertas: ¿Podría explicarme el proceso de elaboración del bollo de yuca? ¿Qué materiales emplea? Asimismo, se tomaron notas de campo, fotografías y se videograbó con el propósito de seguir el proceso de elaboración del bollo de yuca y el uso de artefactos. 4) Se analizaron los datos recolectados en las entrevistas por medio del análisis cualitativo detallado [38].

El corregimiento de Sibarco

Sibarco es un corregimiento del municipio de Baranoa, situado en el departamento del Atlántico, Colombia. En este lugar nació el primer presidente negro llamado Juan José Nieto Gil. Las personas que habitan en este lugar son descendientes de la etnia Mokaná [41] y algunos conservan la lengua materna indígena. También, se caracterizan por dedicarse a la labor del campo, principalmente a la siembra de yuca, guandú (*Cajanus cajan*), maíz (*Zea mays*), mijo (*Panicum miliaceum*), patilla o sandía (*Citrullus lanatus*), entre otras. En este sentido, el sostenimiento económico de la mayoría de las personas es la ganadería, la comercialización del bollo de yuca, bollo de mazorca (*maíz*), bollo de millo y todos los años, específicamente en el mes de enero, se celebra el festival del guandú y el bollo de yuca, donde se comercializan los productos derivados. En estas prácticas cotidianas se destaca el uso de artefactos, por ejemplo, las ralladoras (herramientas que se describirán en la sección 3).

Participante y Contexto

Participó un comerciante de bollo de yuca oriundo del corregimiento de Sibarco, el cual tiene más de 63 años de edad y aproximadamente 42 años de experiencia en la práctica cotidiana y su nivel educativo fue hasta educación primaria. Cabe destacar que, por medio de la comercialización del bollo de yuca ha subsistido económicamente y ha sacado adelante a sus hijos, los cuales hoy día tienen por lo menos el grado de bachiller. El participante fue seleccionado por

ser el comerciante o bollero más reconocido del corregimiento, dado que también vende bollos en el mercado público de Baranoa.

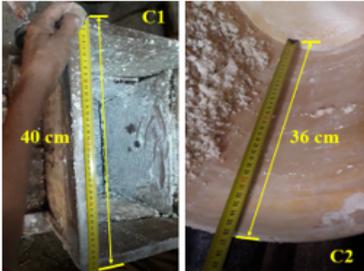
Análisis de Datos

Por medio de una adaptación de los principios de análisis cualitativo de datos [38], donde se transcribieron las entrevistas, se organizaron y se leyeron las transcripciones, se describió la práctica del comerciante mostrándose las fases de elaboración del bollo (arrancar la yuca, pelar la yuca, lavar la yuca, rallar la yuca, exprimir la masa, pelotear la masa, forrar masa, amarrar la masa (bollo) y por último, se cocina el bollo), ver Figura 3. No obstante, en esta investigación solo se enfatiza en la fase de *rallar la yuca* la cual fue analizada con detalles identificándose códigos en las transcripciones y luego, los códigos similares se agrupan en temas que sugieren un concepto geométrico o bien, un actividad universal consideradas a priori en el marco teórico.

Ejemplo de análisis de datos

En la Tabla I se presenta un ejemplo de análisis de datos enfatizando en algunos conceptos geométricos identificados.

Tabla I. Fases de análisis de datos.

Fases	Descripción
1) Familiarización con los datos	Transcripción de las entrevistas y organización de los datos. Conceptos matemáticos clave en la transcripción de la entrevista, por ejemplo, los códigos C1: el ancho de la caja (o base mayor de la pirámide truncada) es 40 cm, y, el C2: el largo del tanque (cilindro) es 36 cm (ver Figura 1).
2) Identificar códigos (C)	 <p>Figura 1. Evidencia de los conceptos de pirámide truncada, cilindro y la actividad de medir. Fuente: Autor</p>
3) Agrupación de códigos en temas	Análisis descriptivo de los objetos geométricos involucrados en la fase de rallar la yuca y las similitudes que comparten en el uso de las actividades universales. Particularmente, en los códigos ejemplificados en la fase dos se identifican características comunes por ser objetos geométricos (pirámide y cilindro) y el uso de la actividad de medir de manera similar, con el metro y el centímetro.
4) Redacción del reporte final	Interpretación de los resultados donde se reportan los conceptos geométricos y algunas actividades universales (e.g., contar, medir, diseñar) como se presenta en la sección 3.

4) Redacción del reporte final Interpretación de los resultados donde se reportan los conceptos geométricos y algunas actividades universales (e.g., contar, medir, diseñar) como se presenta en la sección 3.

En concordancia con el objetivo trazado, el estudio que se reporta realiza un análisis geométrico de dos artefactos culturales (ralladoras) empleados en la elaboración del bollo de yuca. Concebimos, además, el análisis geométrico en términos de una descripción e interpretación de los elementos constitutivos del objeto geométrico en estudio (e.g., rectángulo, cuadrado, pirámide, trapecio, círculo, circunferencia, cilindro, entre otras figuras y cuerpos geométricos). Además, el análisis implica identificar las características invariantes del objeto geométrico en estudio, así como las propiedades que satisface. Cabe señalar que, el análisis de los artefactos culturales guarda similitud con los

cuerpos geométricos pirámide truncada y el cilindro. Se hace la aclaración de no confundir el artefacto y considerarlo un cuerpo geométrico, dado que la naturaleza epistémica de los objetos matemáticos es abstracta y solo se puede percibir a través de representaciones mentales. Adicionalmente, este análisis geométrico se guía por las actividades universales propuestas por Bishop (diseñar, medir, contar, jugar, explicar y localizar).

Resultados

En este apartado se muestran una síntesis del proceso de elaboración del bollo de yuca, este consta de diez momentos (ver Figura 2) y posteriormente, se muestra las nociones geométricas evidenciadas en los artefactos usados por el comerciante (la ralladora).



Figura 2. Síntesis de la elaboración del bollo de yuca en Sibarco.
Fuente: Adaptado de Autor 1 et al., (2019).

En el cuarto momento “*rallar la yuca*” el comerciante empleó una ralladora manual (Artefacto 1) (ver Figura 5), constituida por una hoja de lata con orificios hechos con un clavo, la cual tiene forma de un cilindro cortado por la mitad (cortado a lo largo). Los orificios se hicieron siguiendo circunferencias concéntricas con el propósito de optimizar la cantidad de yuca rallada. Actualmente, el comerciante usa una máquina ralladora (Artefacto 2) para emplear menos tiempo en el proceso de elaboración del bollo de yuca (ver Figura 3).



Figura 3. Estructura de la ralladora manual.

Conceptos geométricos implícitos en la ralladora manual

En la estructura de la ralladora manual, implícitamente se evidencian conceptos geométricos como rectángulo que al curvarse se forma medio cilindro (Figura 3). Este artefacto se diseña con base en una hoja metálica rectangular y dos pedazos de madera con forma de semicírculos. La hoja metálica se golpea con un clavo de acero con el fin de generar los agujeros de tal forma que formen circunferencias concéntricas. Una vez se obtiene la hoja metálica con las perforaciones se procede a ubicar sobre los dos pedazos de madera con forma de semicírculos.

Además, en la ralladora manual se identifican otros conceptos como la media circunferencia, diámetro, radio y las circunferencias concéntricas (ver Figura 4). Con esta herramienta, en las clases de matemáticas se pueden diseñar tareas o actividades que aborden los conceptos como área del semicírculo (bases del medio cilindro), área total del medio cilindro, área del rectángulo, volumen del medio cilindro, y área entre circunferencias concéntricas.

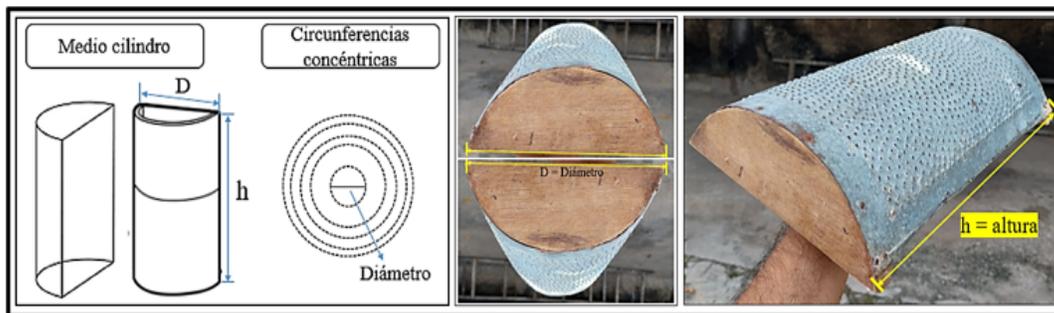


Figura 4. Conceptos geométricos en la estructura de la ralladora manual.

Considerando un caso particular del medio cilindro (ralladora) con altura $h=30cm$ y Diámetro $D=20cm$, podemos hallar las siguientes medidas (ver Tabla II).

Tabla II. Medida de las área, perímetro y volumen del semicírculo y medio cilindro.

Medidas	
Área del semicírculo (A_{sc})	$A_{sc} = \frac{\pi * r^2}{2}$ $A_{sc} = \frac{\pi(10cm)^2}{2} = \frac{100\pi cm^2}{2} = 50\pi cm^2 = 157cm^2$
Perímetro del semicírculo (P_{sc})	$P_{sc} = \pi * r + 2r = \pi(10cm) + 2(10cm)$ $= 10\pi cm + 20cm$ $P_{sc} = \frac{2\pi * r}{2} = \frac{2\pi * (10 cm)}{2} = 10\pi cm = 34,14 cm$
Área del rectángulo (A_r)	$A_r = D * h = 30 cm * 20 cm = 600cm^2$
Área total del medio cilindro (A_{tmc})	$A_{tmc} = A_{sc} + A_r = 157cm^2 + 600cm^2 = 757 cm^2$
Volumen del medio cilindro (V_{mc})	$V_{mc} = \frac{\pi * r^2 * h}{2} = \frac{3.1415 * (10 cm)^2 * (30 cm)}{2} = 9420cm^3$

Nota. Para realizar los cálculos se sigue un procedimiento a partir de una fórmula establecida al inicio.

Conceptos geométricos implícitos en la máquina ralladora eléctrica

La ralladora eléctrica está diseñada de madera y se conforma de dos recipientes, uno superior con forma de pirámide truncada donde se vierte la yuca para ser rallada y un recipiente inferior con forma cilíndrica (e.g., un tanque plástico) donde se deposita la masa de yuca (ver Figura 5 y extracto de la transcripción).



Figura 5. Recipientes que conforman la ralladora eléctrica.

Entrevistador (E): ¿Qué función cumple la máquina?

Participante (P): Es para rallar veinte libras de yuca de masa (conteos).

E: ¿Por qué tiene esa forma?

P: Porque ese es el diseño y forma de ella (actividad de diseñar).

E: ¿Qué es esto, donde se echa la yuca?

P: Eso es una caja de madera que tiene cuarenta centímetros de largo y es estilo embudo (actividades de diseñar y explicar).

E: ¿Cuál es la forma del recipiente donde cae la masa de yuca?

P: Es un tanque de aceite de pasta (con forma cilíndrica) donde cae la masa y caiga abajo.

El análisis de los cuerpos geométricos identificados requiere de la descripción de los elementos constitutivos y sus respectivas medidas. Para el recipiente superior, se identificó una pirámide truncada con dos bases rectangulares. Cuenta además, con un tronco formado por cuatro trapecios regulares. En la Figura 6 se presentan las medidas proporcionadas por el artesano, quien implementó una cinta métrica para identificar las medidas de cada una de las

bases y alturas (actividad de medir).

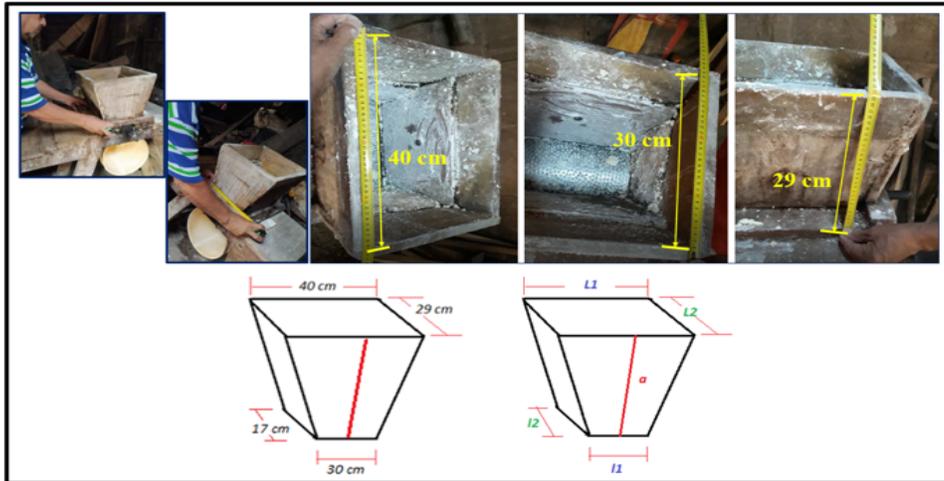


Figura 6. Medidas de la ralladora eléctrica.

teorema de Pitagoras, es decir, se sabía que la altura de la ralladora es 29 cm y que la distancia del pie de la ralladora hasta donde inicia el apotema son 7.5 cm. Con estas medidas, se aplicó $h^2 = a^2 + b^2$, donde h corresponde con la hipotenusa, a y b los catetos de un triángulo rectángulo. En efecto, se reemplazaron los valores conocidos en la fórmula; $(h)^2 = (7.5)^2 + (29)^2$, con el fin de conocer la medida de la hipotenusa, lado del triángulo rectángulo que se corresponde con el apotema de la pirámide truncada (ver Figura 7) y al operar con los valores proporcionados se determinó que la medida de la apotema es 29.9 cm.

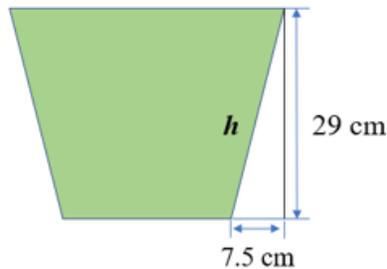


Figura 7. Triángulo rectángulo con las medidas de los datos proporcionados para calcular la apotema de la pirámide truncada.

Tabla II. Medida de las área y volumen de la ralladora.

Medidas	
	$Al1 = \frac{2(L1 + l1) * a}{2} = (30 \text{ cm} + 40 \text{ cm}) * 29.9 \text{ cm} = 2093 \text{ cm}^2$
Área lateral (Al)	$Al2 = \frac{2(L2 + l2) * a}{2} = (29 + 17) * 29.9 \text{ cm} = 1375.4 \text{ cm}^2$
	$Al = 1960 \text{ cm}^2 + 1288 \text{ cm}^2 = 3468 \text{ cm}^2$
Área de la base mayor (AB)	$AB = L1 * L2 = 40 \text{ cm} * 29 \text{ cm} = 1160 \text{ cm}^2$
Área de la base menor (Ab)	$Ab = l1 * l2 = 30 \text{ cm} * 17 \text{ cm} = 510 \text{ cm}^2$
Área Total (AT)	$AT = Al + AB + Ab = 3468 \text{ cm}^2 + 1160 \text{ cm}^2 + 510 \text{ cm}^2 = 5138 \text{ cm}^2$
Volumen de la pirámide (Vp)	$Vp = \frac{h}{3} (AB + Ab + \sqrt{AB * Ab}) = \frac{29}{3} (1160 \text{ cm}^2 + 510 \text{ cm}^2 + \sqrt{1160 \text{ cm}^2 * 510 \text{ cm}^2}) = 23578.5 \text{ cm}^3$
	AB= área de la base mayor Ab= área de la base menor

En el análisis del recipiente con forma de cilindro se identificaron elementos tales como la altura, el diámetro de los círculos de las bases con el propósito de realizar una descripción del objeto geométrico. El participante midió la altura del cilindro y el respectivo diámetro, identificando que la altura $h = 36 \text{ cm}$, el diámetro $D = 29 \text{ cm}$ y el radio $r = 14.5 \text{ cm}$ (Figura 8).



Figura 8. Medidas del cilindro.

El volumen del recipiente con forma cilíndrica utilizado en la elaboración del bollo de yuca tiene como función recibir la yuca que cae del rallador eléctrico. El recipiente tiene un volumen de $23766,66 \text{ cm}^3$, un estimado de 24 kilogramos de yuca rallada (ver Figura 9).



Figura 9. Rallado de la yuca y su respectiva masa depositada en el tanque.

Se puede identificar además, el área lateral del cilindro al realizar el producto de la longitud de la circunferencia por la altura respectiva del cilindro (ver Tabla III).

Tabla III. Medida de las área y volumen del cilindro.

Medidas	
Área lateral (<i>Al</i>)	$Asc = 2\pi rh$ $Al = 2\pi(14,5\text{ cm})(36\text{ cm}) = 3278.08\text{ cm}^2$
Área de las bases (<i>Ab</i>)	$Ab = 2(\pi * r^2) = 2(\pi * r^2) = 2(3.14 * (14.5\text{ cm})^2)$ $= 1320.37\text{ cm}^2$
Área total del cilindro (<i>Atc</i>)	$Atc = Al + Ab = 226.08\text{ cm}^2 + 8138\text{ cm}^2 = 8364.96\text{ cm}^2$
Volumen del cilindro (<i>Vc</i>)	$Vc = \pi * r^2 * h = 3.1415 * (14.5\text{ cm})^2 * (36\text{ cm}) =$ 23766.66 cm^3

El volumen del cilindro ubicado horizontalmente (Figura 10) se puede calcular en casos particulares donde se debe calcular una parte del volumen del cilindro. La cantidad de yuca rallada que cae en el tanque con forma cilíndrica puede ser calculada mediante la fórmula:

$$V_p = L \left[R^2 \cos^{-1} \left(\frac{R-H}{R} \right) - (R-H) \sqrt{2RH - H^2} \right].$$

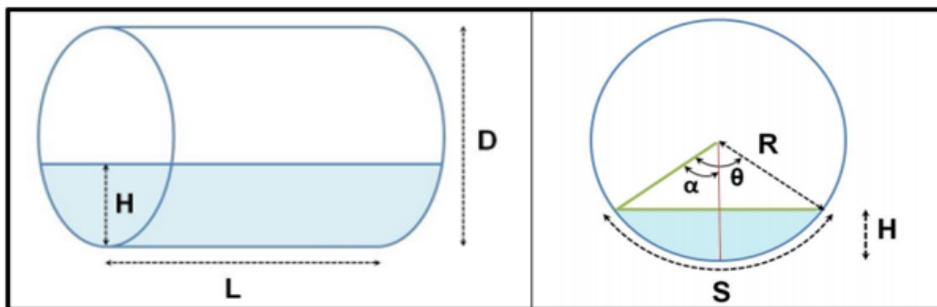


Figura 10. Volumen del cilindro ubicado horizontalmente.
Fuente: Tomado de Valiente y Gómez (2020).

El calculo del volumen depende de la razón del ángulo comprendido por R y H, elementos que determinan la región del círculo abarcada por la cantidad de yuca que cae en el tanque.

Discusión e implicaciones para la enseñanza de la geometría

Los resultados del análisis geométrico llevan a identificar algunas implicaciones en la enseñanza de la matemática y la geometría. En este sentido, el profesor cuenta con situaciones particulares para incluir el análisis del rallado de la yuca como actividad que pueden hacer los estudiantes en sus casas y relacionarla con el contenido en estudio. La matemática y la geometría. Asimismo, se fomenta la conexión de conceptos y estrategias que permiten calcular el volumen y la cantidad de yucas ralladas en el proceso de la elaboración del bollo de yuca. En palabras de [43] el cálculo de áreas y volúmenes de figuras geométricas soportan el entendimiento de la geometría, modelación y la prueba o demostración, para ello se requiere de la participación de todos los estudiantes y el rol del profesor como un facilitador para detonar en los estudiantes el discurso matemático.

Por otro lado, la descripción de las medidas de la ralladora y el tanque con forma cilíndrica permite al profesor diseñar tareas con base en situaciones que involucren las actividades del rallado de bollo de yuca, el cálculo de volúmenes y de áreas totales. Se recomienda que las tareas demanden un nivel cognitivo alto, implicando a los estudiantes en la solución de problemas matemáticos contextualizados en prácticas como la elaboración del bollo de yuca y desarrollen habilidades argumentativas como la construcción de refutaciones en contextos discursivos en el salón de clase. Autores como [42] contribuyen en el diseño de tareas para promover la argumentación, esto por medio de la inserción de preguntas cerradas y aserciones cuyo valor de verdad sea falso con el propósito de promover la refutación de conclusiones.

En concordancia con [43], la enseñanza del área de figuras geométricas como el trapecio, no es suficiente proporcionar un conjunto de fórmulas y realizar operaciones, los autores reconocen que los estudiantes deben desarrollar un entendimiento conceptual que permita identificar relaciones entre las figuras que componen un trapecio, tales como triángulos rectángulos y cuadrados. De hecho, los resultados de esta investigación son coherentes con lo sugerido con el [27] dado que el uso de fórmulas usadas para hallar el área, perímetro, volumen, etc., son conectadas con objetos de la vida cotidiana como las figuras geométricas que conforman la máquina ralladora. Además, es importante que el estudiante de secundaria establezca conexiones entre objetos matemáticos y situaciones de la vida real, por ejemplo, coincidimos con el [27], cuando recomienda que los estudiantes deben usar métodos para encontrar el volumen de la pirámide cuadrada truncada.

En cuanto al recipiente con forma cilíndrica, se identificó que la cantidad de yuca rallada que se concentra en el recipiente ubicado horizontalmente puede ser calculada, algunas formas geométricas permiten el cálculo de volúmenes fácilmente, otras no tanto. Lo que complica el asunto es el hecho de que algunos tanques o recipientes están en posición horizontal y otros en posición vertical [44]. Asimismo, organismos curriculares como la [27] han plasmado en documentos oficiales la importancia de realizar conexiones matemáticas en la solución de problemas contextualizados, en particular, para determinar el área total del cilindro se identifican relaciones entre el diámetro y la circunferencia del círculo por medio de la medición de objetos circulares. Además, estándares básicos de competencias [45, p. 69], sostienen que es importante que en Educación secundaria se inicie “el cálculo del área del círculo, de los volúmenes de cilindros, conos y esferas y de las áreas exteriores de los mismos, que prepara a los estudiantes para conceptualizar el límite, la continuidad, la derivada (...)”, entre otros conceptos del Cálculo.

En este contexto, se reconoce que [46], también, está en concordancia con lo sugerido por el [27] y el [45], dado que, invitan a los estudiantes a reconocer las propiedades de los tipos de ángulos, rectas, figuras geométricas planas, cilindro, esfera y calcular medidas con diferentes instrumentos de medición. Otras implicaciones a la docencia toman lugar cuando el profesor de matemáticas use un software para modelar y explicar la construcción de los conceptos abordados en esta investigación, por ejemplo, el análisis geométrico de la pirámide truncada y del cilindro permite además profundizar en las características y propiedades que satisfacen los objetos geométricos y establecer conexiones etnomatemáticas como se propone en [2] donde se relacione la estructura de la ralladora (matemática de la práctica cotidiana) con objetos geométricos como el trapecio, la pirámide truncada, el cilindro, el círculo, entre otros

(matemática institucional), ver Figura 11.

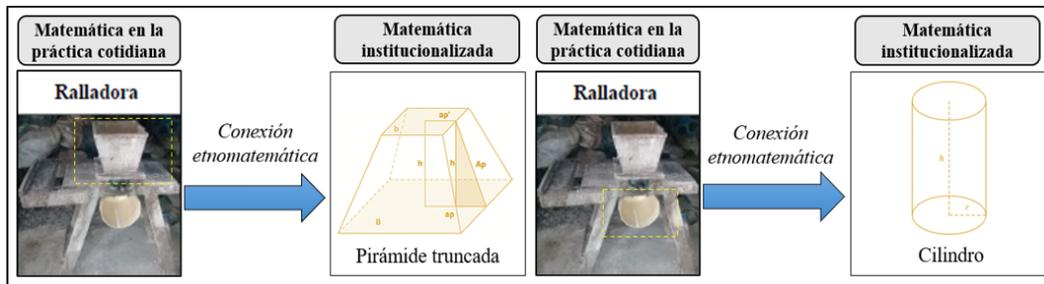


Figura 11. Conexión etnomatemática que relaciona a la ralladora con el cilindro y la pirámide truncada.

Aunado a esto, es importante analizar el proceso de construcción en ambientes de geometría dinámica, apoyados de softwares de geometría que permiten la visualización del objeto en estudio. Para ello, se presentan dos posibles formas de construir la pirámide truncada, la primera es utilizando un software de geometría dinámica que solo permita trabajar en dos dimensiones y la otra forma, tiene que ver con un software que admita la construcción de objetos geométricos en tres dimensiones. Implementar un software de geometría (SketchUp) que admite el espacio de dos dimensiones, requiere tener en cuenta aspectos como la visualización de los elementos constitutivos de la pirámide truncada, es decir, sus bases y caras laterales, con esto se procede a proponer una lista de pasos que contribuyan en la construcción del objeto geométrico. El primer paso implica la construcción de las dos bases con forma rectangular (ver Figura 12a), una por encima de la otra; para ello se necesita de la construcción de dos circunferencias con radio r que conforman el ancho (r) y el largo del rectángulo ($2r$). Una vez se eliminen las líneas auxiliares y las circunferencias se obtendrá el rectángulo que conformará la base (ver Figura 12b).

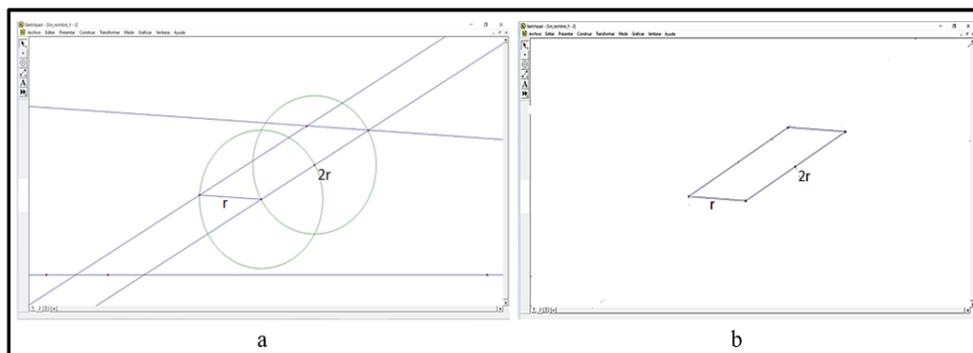


Figura 12. Construcción de la base mayor de la pirámide truncada.

Para la construcción de la segunda base de la pirámide, se necesita repetir los pasos mencionados con el fin de ubicar por encima de la base construida una con menor tamaño (ver Figura 13a). Una vez, construida la base menor, se necesita eliminar las líneas y circunferencias auxiliares y con esto tendremos las dos bases que conforman la pirámide truncada (ver Figura 13b).

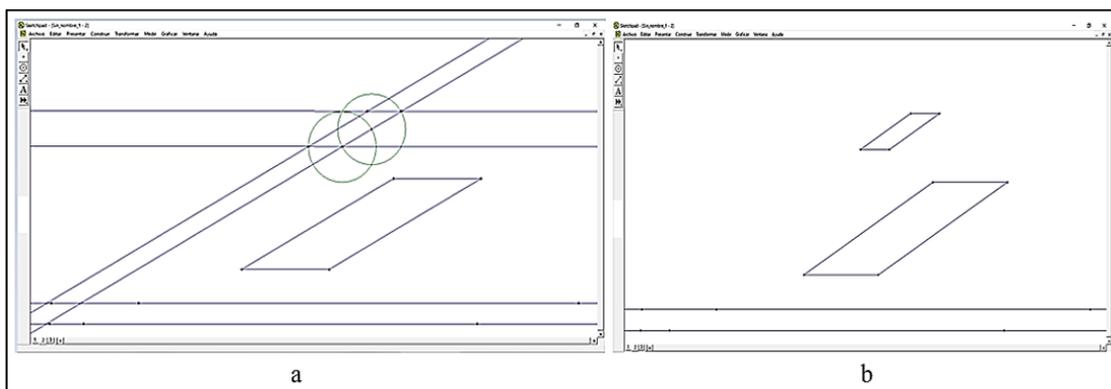


Figura 13. Construcción de la base menor de la pirámide truncada.

Se necesita unir con segmentos los vértices del rectángulo ubicado en la parte inferior con los vértices del rectángulo ubicado en la parte superior (ver Figura 14a). Con esto se ha construido la pirámide truncada con bases rectangulares, sin embargo, se necesita agregar etiquetas a los elementos que lo constituyen, tales como, base mayor (b_1), base menor (b_2), apotema (a) y la altura de la pirámide (h) (ver Figura 14b).

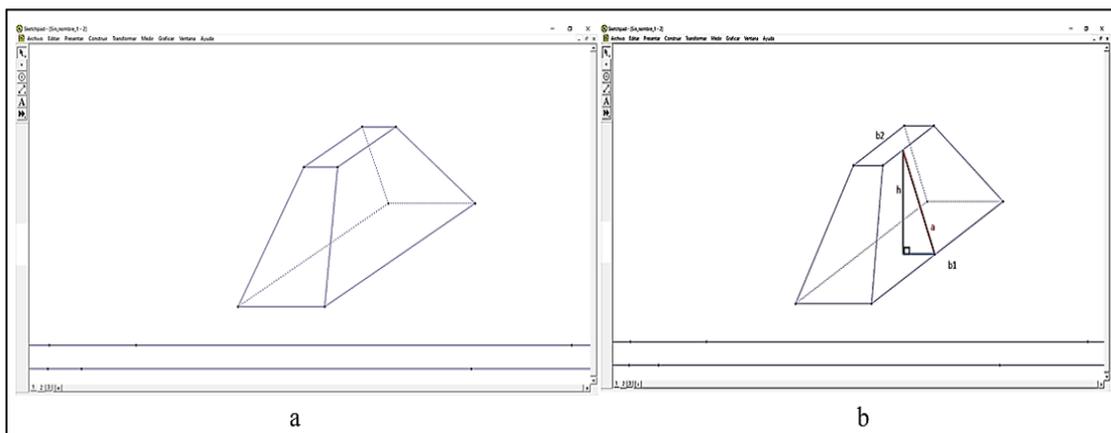


Figura 14. Construcción de la pirámide truncada.

Conclusión

El análisis geométrico realizado en las ralladoras usadas en la elaboración del bollo de yuca permitió reconocer nociones geométricas inmersas en la herramienta principal para realizar la práctica artesanal de la elaboración del bollo de yuca. Elementos constitutivos de los cuerpos geométricos, tales como, figuras geométricas que componen los cuerpos geométricos en estudio, es decir, rectángulos para las bases de la pirámide truncada, trapecios regulares para sus caras, y círculos para la ralladora manual. Cabe señalar que las nociones geométricas identificadas se relacionan con el volumen y área de los cuerpos y figuras geométricas. Asimismo, se identificó la práctica de “medir” en el contexto cultural del participante. Con esto, los docentes encargados del curso de geometría en grados escolares como primaria y secundaria pueden adoptar los elementos identificados para la redacción y diseño de tareas o actividades matemáticas en el salón de clase.

A diferencia de otras investigaciones enfocadas en la descripción de las matemáticas usadas en prácticas cotidianas [1][2][10][14][47][48][49], en la presente investigación se realiza una contrastación con algunos currículos logrando la conexión directa de los artefactos analizados “ralladoras” y su aplicabilidad en las aulas de matemáticas. Asimismo,

esta investigación valora la creatividad del artesano bollero quien comparte su día a día con objetos matemáticos que es un insumo para los estudiantes y profesores que buscan comprender las matemáticas relacionándola con la vida real. De manera similar, se podrían realizar nuevas investigaciones que exploren las nociones geométricas en artefactos culturales y modelarlos con softwares dinámicos como SketchUp, GeoGebra que ofrece vistas gráficas, simbólicas y algebraicas.

Referencias

- [1] C. A. Rodríguez-Nieto. Explorando las conexiones entre sistemas de medidas usados en prácticas cotidianas en el municipio de Baranoa. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, vol. 11, no. e-857. pp. 1-30. 2020.
- [2] C. A. Rodríguez-Nieto, F. M. Rodríguez-Vásquez., V. Font. A new view about connections. The mathematical connections established by a teacher when teaching the derivative. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, pp. 1-27. 2020.
- [3] A. Aroca. T Aprendizaje paralelo y comparativo: la postura didáctica del programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, vol. 11, no. 2, pp. 4-7. 2018.
- [4] U. D'Ambrosio. *Etnomatemática: Elo entre las tradições e a modernidad*. Autêtica. 2001.
- [5] P. Gerdes. *Geometría y Cestería de los Bora en la Amazonía Peruana*. Lima: Ministerio de Educación. 2013.
- [6] A. Castro., C. A. Rodríguez-Nieto., L. Aravena., A. Loncomilla., D. Pizarro. Nociones matemáticas evidenciadas en la práctica cotidiana de un carpintero del sur de Chile. *Revista Científica*, vol. 39, no. 3, pp. 278-295. 2020.
- [7] G. Chieus, G. A Braça da Rede, uma Técnica Caiçara de Medir. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, vol. 2, no. 2, pp. 4-17. 2009.
- [8] M. Rey., A. Aroca. Medición y estimación de los albañiles, un aporte a la educación Matemática. *Revista U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica*, vol.14, no. 1, pp. 137-147. 2011.
- [9] J. Carabalí. *Patrones de Medidas no Convencionales: El caso de la longitud en el barrio Desepaz del municipio de Santiago de Cali, Colombia*. Tesis de Pregrado, Universidad del Valle, Santiago de Cali. 2012.
- [10] H. Blanco-Álvarez., A. Fernández-Oliveras., M. Oliveras. Medidas de capacidad volumétrica no convencionales: aportes a la educación primaria. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, no. Extra, pp. 2071-2078. 2017.
- [11] C. A. Rodríguez-Nieto., A. Aroca., F. M. Rodríguez-Vásquez. Procesos de medición en una práctica artesanal del caribe colombiano. Un estudio desde la Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, vol. 12, no. 4, pp. 61-88. 2019.

- [12] C. A. Rodríguez-Nieto., G. Mosquera., A. Aroca. Dos sistemas de medidas no convencionales en la pesca artesanal con cometa en Bocas de Cenizas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, vol. 12, no. 1, pp. 6-24. 2019.
- [13] O. Paternina-Borja., N. Muñoz-Granados., E. Pacheco-Muñoz., A. Aroca. Simetrías inmersas en el proceso de la elaboración de la máscara del torito de Galapa. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 11 (1), pp. 141-157. 2020
- [14] A. Aroca. Análisis a una Figura Tradicional de las Mochilas Arhuacas. Comunidad Indígena Arhuaca. Sierra Nevada de Santa Marta, Colombia. *Boletim de Educação Matemática*, vol. 21, no. 30, pp. 2008.
- [15] J. García-García., N. Bernardino-Silverio. Conocimientos geométricos en la elaboración de un artefacto en una comunidad Nñuu savi. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, vol. 10, no. 19, pp.105-120. 2019.
- [16] W. Enríquez., B. Millán, A. Aroca. Análisis a los diseños de los sombreros de iraca elaborados en colón - Génova, Nariño. *Rev. U.D.C.A Act. & Div. Cient.*, vol. 15, no. 1, pp. 227 – 237. 2012.
- [17] M. Morales, A. Aroca, L. J. Álvarez-Toro. Etnomatemáticas y Educación matemática: análisis a las artesanías de Usiacurí y educación geométrica escolar. *Revista latinoamericana de Etnomatemática*, vol. 11, no. 2, pp.120-141. 2018.
- [18] A. Aroca. Análisis de los diseños en los hipogeos del parque arqueológico de Tierradentro, Cauca, Colombia. *Rev. U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica*, vol. 16, no. 2, pp. 525-534. 2013.
- [19] A. Aroca. ¿Sumar=restar? una perspectiva etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, vol. 8, no. 2, pp. 237-255. 2015.
- [20] M. Rosa, D. C. Orey. O campo de pesquisa em etnomodelagem: as abordagens êmica, ética e dialética. *Educação e Pesquisa*, vol.38, no. 4, pp. 865-879. 2012.
- [21] M. Rosa, D. Orey. Propondo um currículo trívium fundamentado nas perspectivas da Etnomatemática e da modelagem. *Revista educação matemática em foco*, vol. 7, no. 2, pp. 63-98. 2018.
- [22] A. Aroca. Una propuesta de enseñanza de geometría desde una perspectiva cultural. Tesis de maestría (Matemáticas)-Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Santiago de Cali. 2007.
- [23] G. Sonego., E. Bisognin. Explorando a Geometria Espacial por meio da Etnomodelagem Matemática. *VIDYA*, vol. 30, no. 2, pp.14. 2010.
- [24] A. Aroca. Las formas de orientación espacial de los pescadores de Buenaventura, Colombia. *Revista U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica*, vol. 15, no. 2, pp. 457 – 465. 2012.
- [25] G. Sunzuma, A. Maharaj. In-service Secondary Teachers' Teaching Approaches and Views Towards Integrating Ethnomathematics Approaches into Geometry Teaching. *Bolema: Boletim de Educação*

- Matemática, vol. 34, pp. 22-39. 2020.
- [26] E. De la Hoz., O. Trujillo., M. Tun. La geometría en la arquitectura de la vivienda tradicional arhuaca. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, vol. 10, no. 1, pp. 37-49. 2017.
- [27] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author. 2000.
- [28] H. Pathuddin., H. Kamariah, M. I. Nawawi. Buginese Ethnomathematics: Barongko Cake Explorations as Mathematics Learning Resources. *Journal on Mathematics Education*, vol. 12, no. 2, pp. 295-312. 2020.
- [29] Barboza, J. A. (2013). Explorar y descubrir para conceptualizar en geometría. *Scientia et technica*, vol. 18, no. 2, pp. 369-375. 2013.
- [30] M.S. Narváez-Ortega, M. S., Sanchez-Molina, J. Diaz-Fuentes, C. X. Experimentación comparativa de transferencia de calor por puente térmico a partir de la modificación de la geometría de los tabiques en bloque cerámico H10. *Respuestas*, vol. 25, no. 2, pp. 29-35. 2020.
- [31] L. Moreno-Armella., R. Elizondo Ramírez. La Geometría al encuentro del aprendizaje. *Educación Matemática*, vol. 29, no. 1, pp. 9-36. 2017.
- [32] J. A. Mariño., M. Vergel., J. A. Delgado. Estrategias geométricas de configuraciones urbanas. *Logos Ciencia & Tecnología*, vol. 11, no. 1, pp. 38-42. 2013.
- [33] L. Camargo., C. Samper, P. Perry. Actividad demostrativa protagonista en la clase de geometría. En A. Avila, *Rutas de la Educación Matemática. (176-193)*, SOMIDEN, Ciudad de México, México. 2018.
- [34] R. O. Kellems., C. Eichelberger., G. Cacciatore., M. Jensen., B. Frazier., K. Simons., M. Zaru. Using video-based instruction via augmented reality to teach mathematics to middle school students with learning disabilities. *Journal of learning disabilities*, vol. 53, no. 4, pp. 277-291. 2020.
- [35] U. D'Ambrosio. Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, vol. 7, no. 2, pp.100-107. 2014.
- [36] A. Aroca. La definición etimológica de Etnomatemática e implicaciones en Educación Matemática. *Educación matemática*, vol. 28, no. 2, pp.175-195. 2016.
- [37] A. Bishop. *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós. 1999.
- [38] R. Hernández., C. Fernández., P., Baptista. *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill. 2014.
- [39] K. Caldwell., A. Atwal. Non-participant observation: Using video tapes to collect data in nursing

- research. *Nurse Researcher*, vol. 13, no. 2, pp. 42–54. 2005.
- [40] R. Longhurst. Semi-structured interviews and focus groups. En N. Clifford, S. French, y G. Valentine (eds.), *Key Methods in Geography* (pp. 103-115). Londres: Sage. 2010.
- [41] A. Baquero-Montoya., A. De la Hoz-Siegler. La historia de los Mokaná. Un capítulo de la historia en la región Caribe Colombiana. *Memorias. Revista Digital de Historia y Arqueología desde el Caribe*, 14, 232-264. 2011.
- [42] G. Cabañas-Sánchez., J. A. Cervantes-Barraza. Principios que fundamentan el diseño de tareas matemáticas en una planificación didáctica. *Revista Uno*, no. 85, pp. 7-12. 2019.
- [43] A. Manizade, M. Mason. Developing the area of a trapezoid. *Mathematics teacher*, vol. 107, no. 7, pp. 509-514. 2014.
- [44] A. Valiente., S. Gómez. How to calculate the volumes of partially full tanks. *International Journal of Research in Engineering and Technology*, vol. 5, no. 4, pp. 1-8. 2020.
- [45] Ministerio de Educación Nacional [MEN]. Estándares básicos de competencias en lenguaje, Matemáticas, ciencia y ciudadanas. Bogotá, Colombia: MEN. 2006.
- [46] SEP. Programa de estudios. Primer grado. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública. 2011.
- [47] A. Ávila. La Etnomatemática en la educación indígena: así se concibe, así se pone en práctica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, vol. 7, no. 1, pp. 19-49. 2014.
- [48] O. Trujillo., I. Miranda., E. De la Hoz. Los sistemas de medida en la comunidad Arhuaca: su uso en distintos contextos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, vol. 11, no. 2, pp. 31-51. 2018.
- [49] G. Sunzuma., A. Maharaj. In-service Secondary Teachers' Teaching Approaches and Views Towards Integrating Ethnomathematics Approaches into Geometry Teaching. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, vol. 34, no. 66, pp. 22-39. 2020.
- [50] A. R. Ameigeiras. El abordaje etnográfico en la investigación social. En I. Vasilachis de Gialdino. (Ed.), *Estrategias cualitativas de investigación* (pp. 107-151). Buenos Aires: Gedisa. 2006.