



### Single-pole antenna for FM fractal type based on Hilbert curve

Antena monopolo para FM tipo fractal basado en la curva de Hilbert

Jorge Enrique Herrera-Rubio<sup>1\*</sup>, Karla Yohana Sánchez-Mojica<sup>2</sup>, Steven Antonio Florez-Prieto<sup>3</sup>

<sup>1</sup>PhD. En Ciencias, [jherrera@unipamplona.edu.co](mailto:jherrera@unipamplona.edu.co), <https://orcid.org/0000-0002-9661-5450>, Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia.

<sup>2</sup>Msc. En Ingeniería Industrial, [karla.sanchez.mo@uniminuto.edu.co](mailto:karla.sanchez.mo@uniminuto.edu.co), <https://orcid.org/0000-0003-3164-4725>, Corporación universitaria Minuto de Dios, Cúcuta, Colombia.

<sup>3</sup>Ing. En Telecomunicaciones, [steven.florez@unipamplona.edu.co](mailto:steven.florez@unipamplona.edu.co), <https://orcid.org/0009-0008-2325-4958>, Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia.

**Cómo citar:** J. E. Herrera-Rubio, K. Y. Sánchez-Mojica, y S. A. Florez-Prieto, "Antena monopolo para FM tipo fractal basado en la curva de Hilbert", *Respuestas*, vol. 29, n.º 2, 46-59, May 2024. <https://doi.org/10.22463/0122820X.4403>

Received on December 17, 2023; Approved on April 26, 2024

#### ABSTRACT

##### Keywords:

Curve, fractal, monopole, frequency modulation, antenna.

The present experimental research presents the design and implementation of a fractal-type monopole antenna for Frequency Modulation (FM), which is based on a mathematical process to calculate the distances of the sections in the construction of the radiator element based on the order of the Hilbert curve fractal. The design stage begins with the study of the state of the art of the Hilbert fractal, where its main characteristic is to fill a flat space, this helps in the optimization of the antenna area to be consolidated, reducing unused sections of it, consequently, the corresponding simulation of the aforementioned design is carried out from which the values of the field behavior in the antenna, gain and radiation pattern are obtained. The implementation stage consists of searching for the raw material, for this the FR4 substrate is used on which the toner printing is carried out, and then it is burned on a copper sheet with ferric chloride. Finally, the implementation proceeds to verify the operation using an FM transmitter, to which the antenna is adapted in a configuration at the 103MHz frequency according to the mathematical analyzes obtained, in the same way the technical tests of operation to obtain the results proposed in the research.

#### RESUMEN

##### Palabras clave:

Curva, fractal, mono polo, frecuencia modulada, antena.

La presente investigación de tipo experimental presenta el diseño e implementación de una antena monopolo tipo fractal para Frecuencia Modulada (FM), que está fundamentada a través de un proceso matemático para calcular las distancias de los tramos en la construcción del elemento radiador en función del orden del fractal de la curva de Hilbert. La etapa de diseño comienza con el estudio del estado del arte del fractal de Hilbert, donde su característica principal es rellenar un espacio plano, esto ayuda en la optimización del área a consolidar de la antena, reduciendo secciones de esta sin aprovechar, por consiguiente, se realiza la correspondiente simulación del diseño antes mencionado de donde se obtienen los valores de comportamiento del campo en la antena, ganancia y patrón de radiación. La etapa de implementación consiste en la búsqueda de la materia prima, para ello se utiliza el sustrato FR4 sobre el cual se realiza la impresión por tóner, después se quema sobre una lámina de cobre con cloruro férrico. Finalmente, se procede a la implementación para la verificación del funcionamiento utilizando un transmisor en FM, al cual se le adapta la antena en una configuración en la frecuencia de 103MHz de acuerdo a los análisis matemáticos obtenidos, de igual forma se realizan las pruebas técnicas de funcionamiento para obtener los resultados propuesto en la investigación.

\*Corresponding author.

E-mail Address: [jherrera@unipamplona.edu.co](mailto:jherrera@unipamplona.edu.co) (Jorge Enrique Herrera-Rubio)

Peer review is the responsibility of the Universidad Francisco de Paula Santander.

This is an article under the license CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)



## Introducción

El fenómeno del uso de las antenas fractales se ha desarrollado de forma permanente en la aplicación de diferentes campos en el área de las telecomunicaciones, debido a su practicidad en el diseño y su diminuto tamaño; sobre todo en dispositivos modernos como es el caso de las comunicaciones móviles inalámbricas, en su investigación [1] aplica la técnica matemática mediante el método iterativo para obtener la estructura fractal, para ello analiza las diferentes geometrías particulares identificando las características eléctrica y las formas de radiación de este tipo de antena [2].

La curva de Hilbert muestra una propiedad muy beneficiosa para realizar antenas pequeñas con el fin de optimizar el ancho de banda, el tamaño y obtener un patrón de radiación de tipo omnidireccional como lo demostraron [3], a través de la técnica de subdivisión recursiva de un espacio en cuadrados más pequeños y la conexión secuencial de los centros de estos cuadrados lograron un ancho banda por medio del orden del tercer fractal de Hilbert.

En el diseño de una estructura de antena de circuito impreso fractal para aplicaciones portátiles [4], utiliza un parche de Hilbert modificado sobre un sustrato flexible de poliamida, la antena está rodeada con un bucle abierto de banda electromagnética (EBG) defectuosa, soportado en un análisis numérico para refinar la antena propuesta, para el caso de estudio se utilizó FR4.

Con el uso de la tecnología fractal simétrica de la curva de Hilbert [5] utilizan la miniaturización de la dimensión de los parches de la antena para facilitar la interconexión con circuitos integrados periféricos, se adopta la alimentación diferencial y logran la supresión de ruido de la configuración diferencial con dos alimentaciones, llegando a mejorar la operatividad en doble banda en 359-451 MHz y 2,37-2,69 GHz para mejorar la capacidad de canal y prolongar la vida útil del sistema [6].

Investigaciones recientes como es el caso de [7] utilizan el modelo de un resonador de Hilbert modificado para permitir que mediante un rectenna basado en una antena de microcinta con un circuito rectificador duplicador de voltaje Villard, la recolección de energía de RF que operan en el Sistema Global para Comunicaciones Móviles (GSM); esto se hace por medio de la optimizan varios parámetros geométricos con el fin de lograr una impedancia de entrada adaptada a la radiación de alta ganancia de la antena [8].

Por su parte [9] realizan una revisión exhaustiva de la antena fractal híbrida (HFA) detallan sobre las antenas fractales (FA) junto con la necesidad de integración de las geometrías fractales mediante un análisis comparativo sobre el tamaño, geometrías utilizadas para el diseño, número de bandas de frecuencia resonantes, ganancia, ancho de banda y eficiencia de radiación [1].

## Materiales y Métodos

De acuerdo a los objetivos planteados el proyecto se considera de nivel comprensivo, por el objeto de estudio es formalmente experimental y de tipo explicativo [10], debido a que se conforman las descripciones detalladas de las causas que responden al comportamiento de las variables físicas a estudiar [11], y que afectan a la propagación de la señales de la antena tipo fractal; la metodología aplicada en el proyecto se resume en la figura 1, está distribuida en cuatro fases: 1) el estudio de las características y parámetros funcionales del fractal de Hilbert, 2) el diseño de la antena monopolo para FM tipo fractal de Hilbert, 3) la implementación y construcción de la antena en el sustrato de FR4 y 4) verificación del funcionamiento.

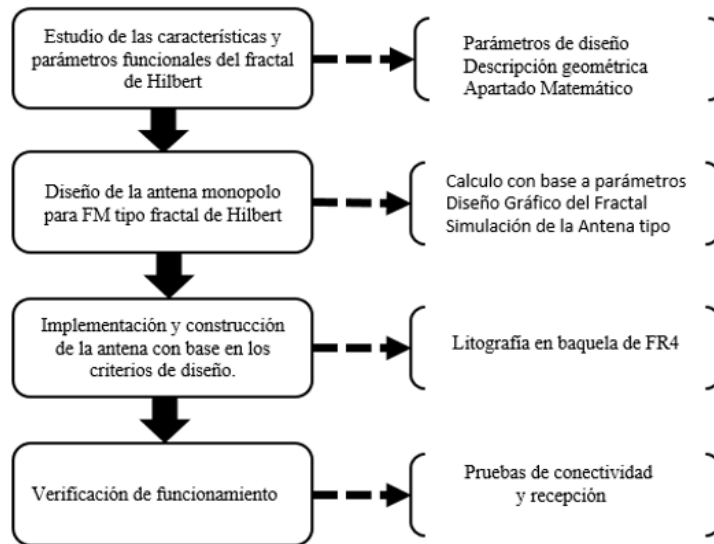


Figura 1. Descripción de la metodología.

### *Estudio de las características y parámetros funcionales del fractal de Hilbert*

#### Parámetros de diseño

En este apartado se determinan las variables o características para desarrollar el producto final, que influyen en el rendimiento, la funcionalidad y la fiabilidad de la antena, en términos generales los parámetros son: 1) el diseño mecánico; que define el material tamaño, geometría, tolerancia, la superficie y acabado final [12]; 2) el diseño eléctrico, son los valores de frecuencia, voltaje, corriente y consumo de energía [13]; 3) diseño de software, para este caso se utilizó el programa 4NEC2, aquí se define la funcionalidad, rendimiento, seguridad y facilidad de uso y 4) diseño arquitectónico o presentación final de producto, que debe caracterizar el espacio entre las pistas de cobre, estilo, estéticas, distribución de pistas del circuito y la resistencia física de la antena [14]

#### Descripción de la geometría

Aunque el método de Hilbert es una técnica matemática que se usa para construir curvas fractales por medio de la subdivisión recursiva con cuadrados más pequeños y la conexión de secuencias de dichos cuadrados (ver figura 2); se aplica en la construcción de antenas tipo fractales en ingeniería de radio propagación con diferentes enfoques y escalas para adaptar las propiedades eléctricas particulares de un elemento radiador [15].

Para el caso de estudio se analiza el diseño con un conjunto de rectas de longitud  $d$ , las cuales se caracterizan en 3 grupos, que son: segmentos de cable de conjunto paralelo, terminación de cortocircuito para las secciones en paralelo y segmento de cable adicional que conecta las secciones paralelo [16].

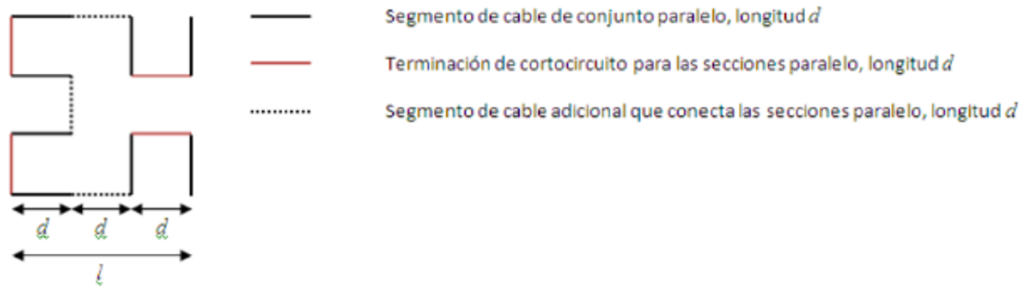


Figura 2. Descripción de los segmentos que conforman la segunda iteración de la curva de Hilbert.

Conforme se aumentan las iteraciones de las secciones mutuamente perpendiculares que llenan la superficie del cuadrado, aumenta su complejidad y su densidad es mayor, teniendo así menos espacio sin utilizar y aumentando el aprovechamiento del espacio, como se observa en la figura 3 para las tres primeras iteraciones para una antena pequeña de VHF[15].

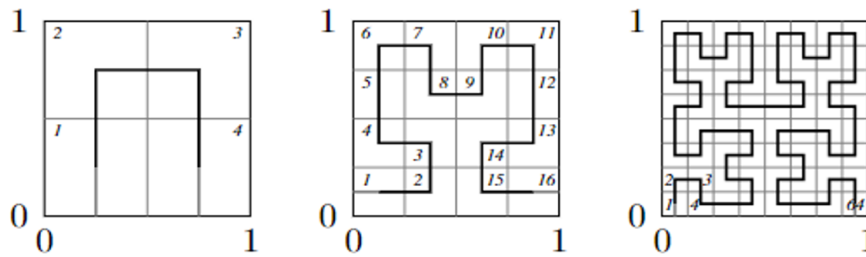


Figura 3. Curva de Hilbert para las tres primeras iteraciones.

### Apartado matemático para el diseño

La condición de resonancia queda asegurada observando el siguiente razonamiento: en primer lugar, la inductancia de la curva se iguala a la de un dipolo en media onda. En segundo lugar, está demostrado que la capacidad de entrada de un dipolo en  $\lambda/2$  permanece invariable, aunque su longitud efectiva se vea reducida mediante la introducción de giros o curvas, como es el caso de la curva del Hilbert. Así pues, si el dipolo es resonante para la Antena Fractal Curva de Hilbert (HCFA) [17], debido a que tendrá la misma inductancia de un dipolo de media onda y también su misma capacidad. El modelo matemático en que se basa el método de diseño se muestra en la ecuación 1.

$$m \frac{\eta}{\pi \omega} * \log \left( \frac{2d}{b} \right) \tan \beta d + \frac{\mu_o}{\pi} s \left( \log \left( \frac{8s}{b} \right) - 1 \right) = \frac{\mu_o \lambda}{\pi 4} * \left( \log \left( \frac{2\lambda}{b} \right) - 1 \right) \quad (1)$$

Por definición los parámetros a utilizar en la ecuación son los que se muestran en la Tabla I.

Tabla I: Parámetros de diseño de la antena

Variabes	Valores	Descripción de la variable
k	1	Armónico
f	103000000	Frecuencia de diseño en Hz
$\lambda$	2,91262136	Longitud de onda en metros
$\omega$	647168087	Velocidad angular radianes/segundo
n	4	Orden de Iteración
m	64	Número de secciones paralelo en Cortocircuito
s	63	Número de segmentos adicionales de conexión
$\eta$	376,991118	Impedancia intrínseca del vacío
d	0,002	Ancho de la micro tira milímetros

$\beta$	2,15722696	Constante de fase
$\mu$	1,2566E-06	Constante de permeabilidad magnética del vacío

Si se grafica la distancia del tramo en función del orden del fractal de Hilbert se observa que a medida que aumentamos el orden sin variar la frecuencia de resonancia de la antena, podemos disminuir el tamaño del fractal, como se muestra en la figura 4.

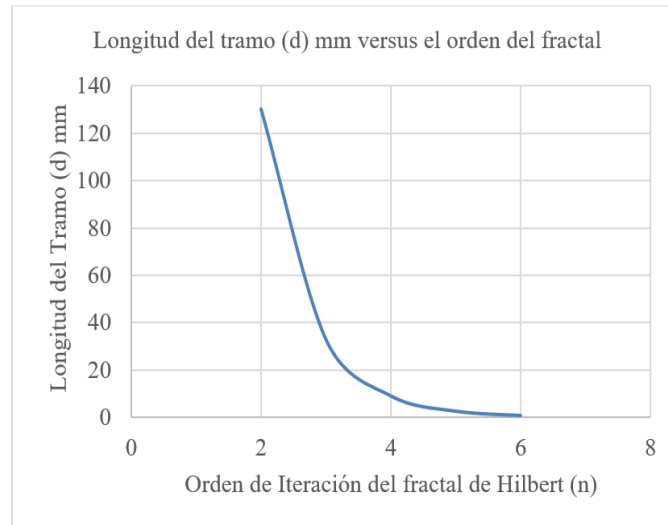


Figura 4. Gráfica del modelo que describe el fractal de Hilbert.

### ***Diseño de la antena monopolo para FM tipo Fractal de Hilbert***

Cálculo con base a parámetros de diseño: la antena a diseñar trabaja en la frecuencia de 103MHz en FM comercial, con la ecuación 2 se obtiene el orden de iteración, para un valor de  $n=4$ :

$$m = 4^{n-1} \quad (2)$$

Por consiguiente, con la ecuación 3 se calcula el número de secciones paralelo en cortocircuito:

$$s = 4^{n-1} - 1 \quad (3)$$

Con estos valores se obtiene el ancho del parche de cobre que es aproximadamente  $2mm$  y de igual forma se obtiene la longitud del tramo de  $9mm$ .

### **Diseño Gráfico del Fractal de Hilbert**

El diseño gráfico se realizó con el software de simulación Proteus 8.11, por medio de la configuración por malla para cada tramo del fractal y poder garantizar la misma distancia calculada, como se observa en la figura 5.

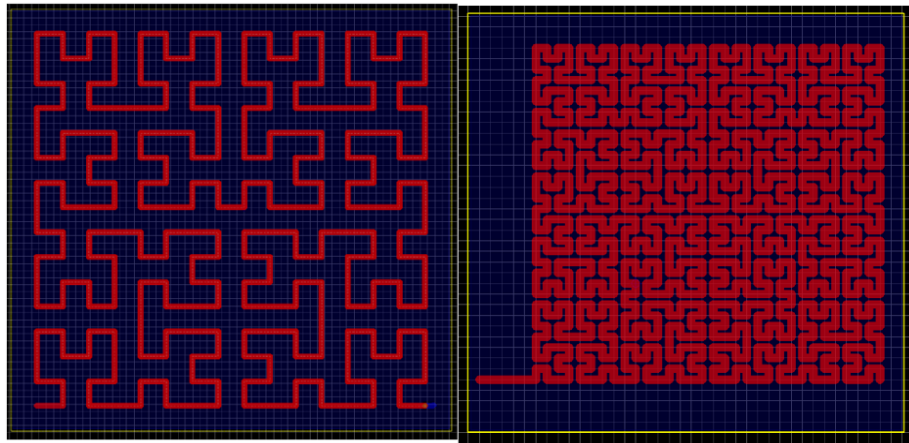


Figura 5. Diseño Gráfico de la Antena de orden 4 y de orden 5 en Proteus 8.11.

### Simulación de la Antena tipo Fractal de Hilbert

Ante la complejidad que supone el diseño, análisis, ajuste y construcción de las antenas, se han desarrollado potentes herramientas que facilitan en gran medida todas las etapas del proceso de dimensionado de una antena, utilizan simuladores electromagnéticos que aprovechan la capacidad de cálculo de los ordenadores para determinar los flujos electromagnéticos de las estructuras que se quiera analizar.

La simulación se efectuó con el programa 4NEC2 [18], como también se simuló una antena de segundo orden con el propósito de comprobar la forma de funcionamiento de la antena con respecto a la geometría fractal que posee. Un particularidad de la forma de radiación del campo [19] permite describir como en los giros con ángulos de 90 grados, la señal de campo eléctrico sale por las esquinas como un punto de emisión como una mini antena, sin embargo, el fractal por su peculiaridad de repetición generara muchos giros con ángulos de 90 grados que al final es la suma de cada campo dentro de los nodos para determinar la ganancia de la antena, como se observa en la figura 6.

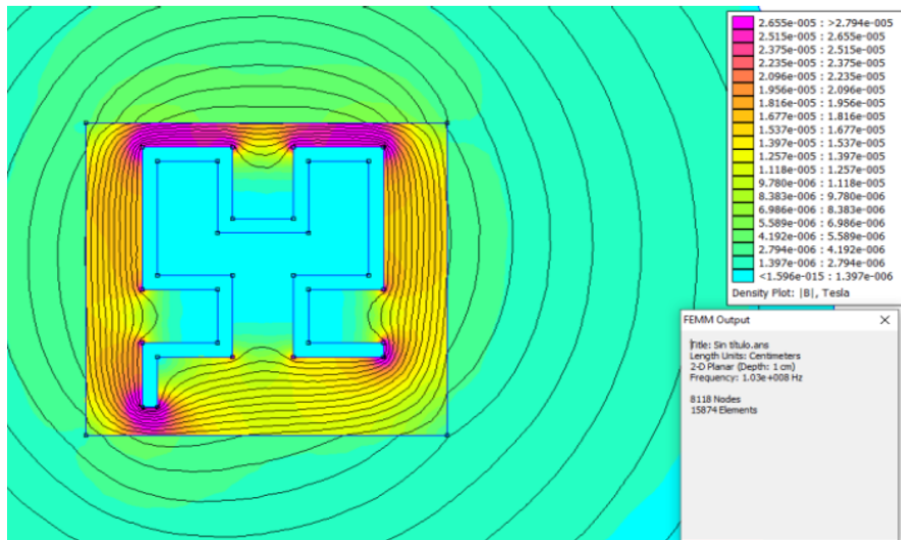


Figura 6. Simulación de una antena fractal de Hilbert de orden 2 en el simulador.

Tomando como referencia los cálculos obtenidos en el diseño, con los valores de 9 mm y un grosor de 2mm se procede a diseñar la interfaz que se muestra en la figura 7 [19].

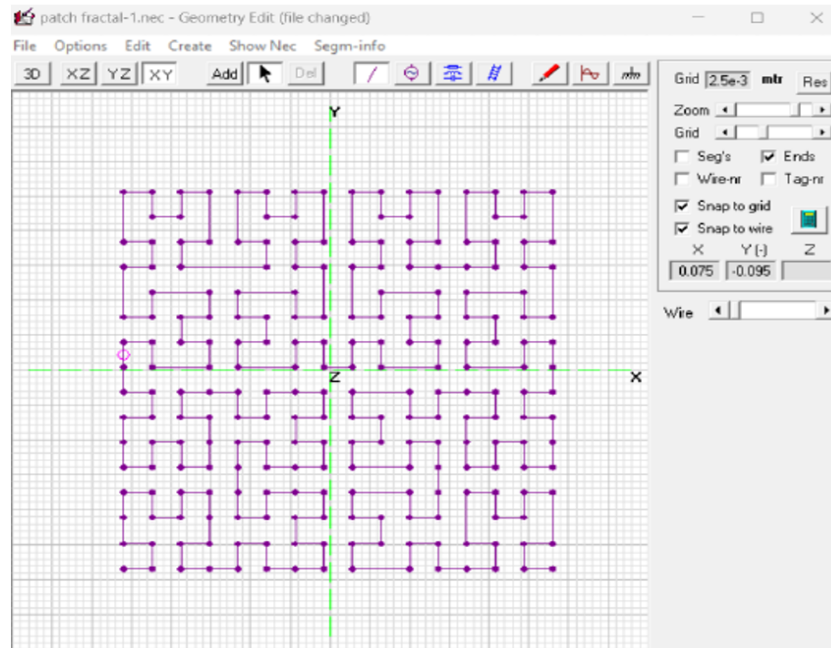


Figura 7. Interfaz del diseño de la antena fractal en 4NEC2  $d=9\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ .

Con estos valores se realiza la simulación para obtener la geometría de los campos eléctricos y magnéticos, de igual forma el patrón de radiación de acuerdo a la geometría es la base (figura 8).

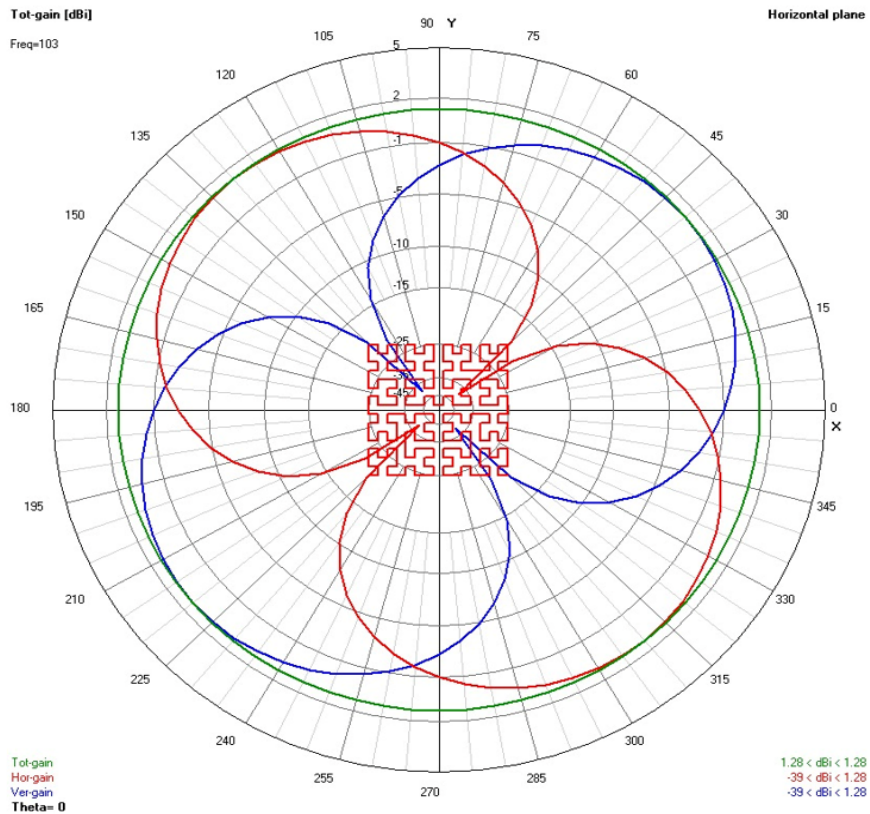


Figura 8. Patrón de radiación de antena fractal en 4NEC2

Se observa que la ganancia es aproximadamente de 1,28 dBi, precisamente es una de las desventajas de este tipo de antenas por su estructura física, pero permiten una buena sintonización en la banda de frecuencia.

También se grafican los parámetros de relación de onda estacionaria (SWR) y la impedancia con respecto a la frecuencia como se observa en la figura 9.

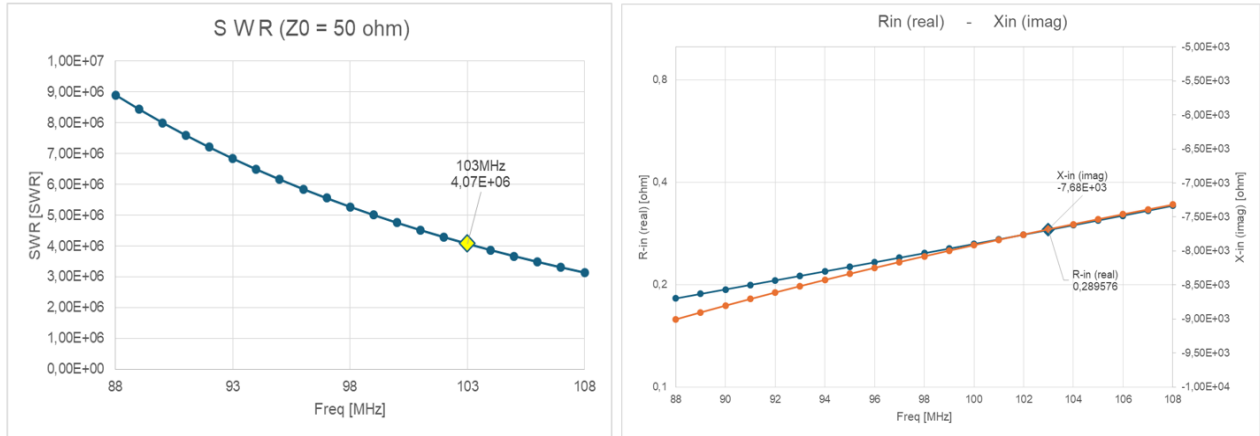


Figura 9. Valor de SWR e impedancia de la antena fractal en 4NEC2

Alguna de las razones por el cual el SWR es muy alto y la impedancia de la antena muy bajo está asociado a su geometría fractal y su comportamiento electromagnético, condición que hace que las ganancias no excedan más allá de los 5dBi.

**Implementación y construcción de la antena con base en los criterios de diseño.**

**Litografía en baquela de FR4**

Para el proceso de construcción de la antena física se usó el método de litografía usando tóner para la adherencia al cobre de la baquela de FR4 [20] como un material dieléctrico en la fabricación del fabricación del circuito impreso, se siguieron los pasos que se observan en la figura 10 [21].

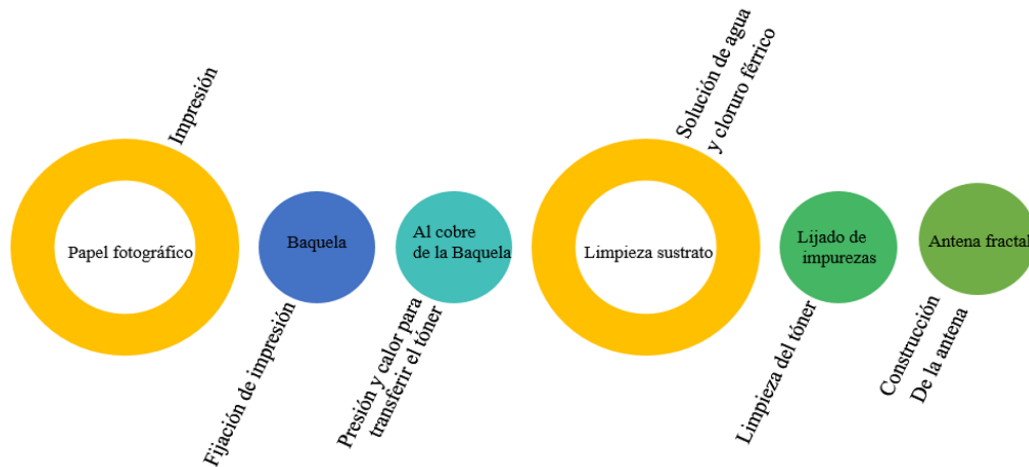


Figura 10. Proceso de litografía para la construcción de la antena tipo fractal de Hilbert.



## Verificación del funcionamiento de la antena en base a criterios de diseño

### Pruebas de conectividad y recepción

Para la verificación del funcionamiento se utiliza un transmisor FM sintonizado a 103MHz para la frecuencia de resonancia de la antena construida, con el fin de comprobar el nivel de potencia de señal que se puede recibir en un receptor comercial (ver figura 11).

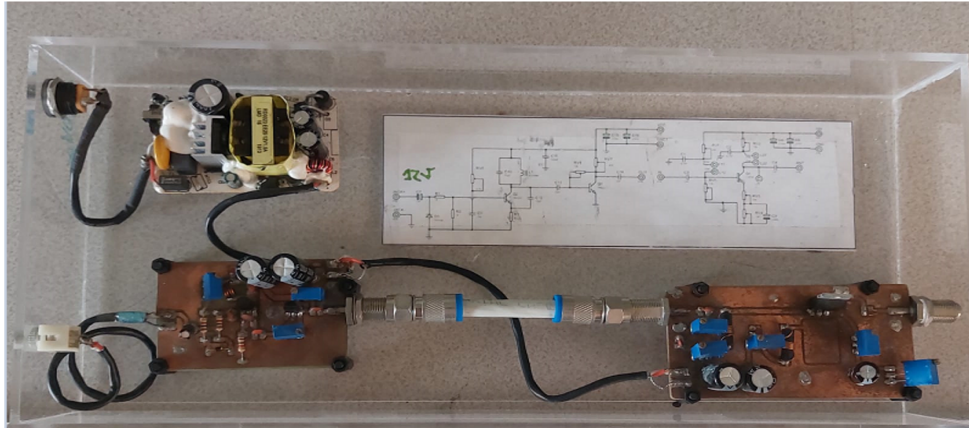


Figura 11. Transmisor FM sintonizado a 103MHz.

Se escogió una distancia de 500 metros con línea de vista para medir la potencia que se recibe, que el caso de las pruebas fue -112 dBm, esto se realiza con otra antena de FM conectada a un analizador de espectro; y simultáneamente con un receptor comercial para escuchar la nitidez de la señal, alcanzando resultados muy buenos. A continuación se muestra el producto final en la figura 12 [22].



Figura 12. Impresión de antena tipo Fractal de Hilbert para 103MHz.

Se observa que a pesar de la baja ganancia de la antena, esta tiene una muy buena recepción y como se trata de una antena omnidireccional facilita su orientación para mejorar el nivel de potencia.

## Resultados y Análisis

Considerando la simetría de los campos eléctricos y magnéticos de la figura 8, por inspección se obtiene el ancho del haz de la antena que es aproximadamente de 90 grados, pero en su conjunto al sumar a los campos se obtiene un patrón de radiación omnidireccional, esto hace que la antena tenga una buena área de captura de la señal.

En lo que respecta a la impedancia por su estructura fractal las dimensiones del conductor se incrementan, lo que resulta una mayor inductancia que se distribuye a lo largo de la antena, que en su defecto ocasiona cambios en la corriente, por eso su baja impedancia y componente altamente inductivo [23].

Como las antenas fractales deben operar a frecuencias de fracciones la longitud de onda, físicamente la antena es más corta que la propia longitud de onda de la frecuencia de 103Mhz, además por la estructura física de la forma de los fractales se generan cargas no convencionales que ocasionan que la corriente no sea uniforme a lo largo de la antena, haciendo que la impedancia sea muy baja.

Para el caso del SWR ese valor alto, es una condición no deseada, se debe a que de acuerdo a lo mencionado anteriormente esas variaciones de la impedancia por la longitud total de la antena se genera reflexión de energía como se demostró en la figura 6, además, el punto de alimentación puede que no se acople a la impedancia del circuito [24].

También se pueden producir resonancias a otras frecuencias cercanas para la banda de FM por eso su amplio ancho de banda, que puede generar ruido para la frecuencia que se diseña; el SWR también se afecta por las pérdidas dieléctricas y conductoras por el tipo de material.

Para la distancia de medición mínima calculada con precisión para cumplir con las condiciones donde inicia el campo lejano se obtiene por medio de la ecuación 4 [25] para el punto de referencia inicial [26].

$$d = \frac{2h_f^2}{\lambda} \quad (4)$$

Con este valor inicial de ( $d=1,54m$ ) se ejecutan las mediciones en laboratorio y luego se continúan cada metro de distancia hasta llegar a 5,5 metros con resultados de: -36,98dBm, -37,25dBm, -37,6dBm, -37,87dBm y -37,71dBm respectivamente, para garantizar que no existe mucha variabilidad en un espacio confinado [27].

Para confirmar la utilidad de la antena se realizan medidas en campo en un trayecto de 500 metros con línea de vista, en donde se ubica la antena receptora con una ganancia de 5dBi ubicada a 3 metros sobre el suelo conectada a un analizador de espectro, la potencia del transmisor es de 500 mili vatios, ganancia antena transmisora de acuerdo al resultado del diseño es de 1,28 dBi y está montada a una altura de 1,5 metros sobre el suelo, las pérdidas por conectorización y cableado total de los dos extremos de 5dB, con estos datos se obtiene la Tabla II.

Tabla II: Valor de potencia medidos y calculados usando antena fractal de Hilbert.

Distancias (metros)	1,54	10,1	20,1	30,0	40,0	50,0	100,0	200,0	300,0	400,0	500,0
Potencia medida (dBm)	-57,4	-56,2	-57,5	-61,5	-63,4	-78,3	-88,8	-86,4	-89,6	-93,8	-90,6
Modelo COST 231 Hata (dBm)	-8,9	-52,1	-71,1	-82,3	-90,2	-96,4	-115,6	-134,8	-146,0	-154,0	-160,1
Modelo Ikegami (dBm)	-36,6	-50,1	-56,1	-59,6	-62,1	-64,0	-70,1	-76,1	-79,6	-61,5	-63,4

Se observa que en el laboratorio la antena tienen recepción aproximadamente de  $-38$  dBm como valor de ajuste para saber en dónde se inicia las mediciones para el campo lejano; conservando las mismas características de los parámetros y altura de las antenas, se aprecia que en ambientes abiertos se presenta una pérdida de  $19,4$  dB para el caso del punto de referencia comentado, esto es debido al entorno circundante, la vegetación, obstáculos, pantallas refractantes, fenómeno de reflexión de los rayos, interferencias electromagnéticas de otras fuentes de señal, lo que hace que la ganancia de una antena fractal sea un poco deficiente, pero da una excelente recepción del audio.

Si se extrapolan los valores medidos con dos modelos teóricos [28] como se observan en la Tabla II, estos son buenos indicadores que se pueden ajustar a los valores obtenidos en campo para obtener buenos resultados usando antenas de tipo fractal en las bandas de FM [17].

La figura 13 se evidencia de la medición en 30 metros, el nivel de potencia es perceptible, pese a que existen señales de portadoras de emisoras comerciales [29].

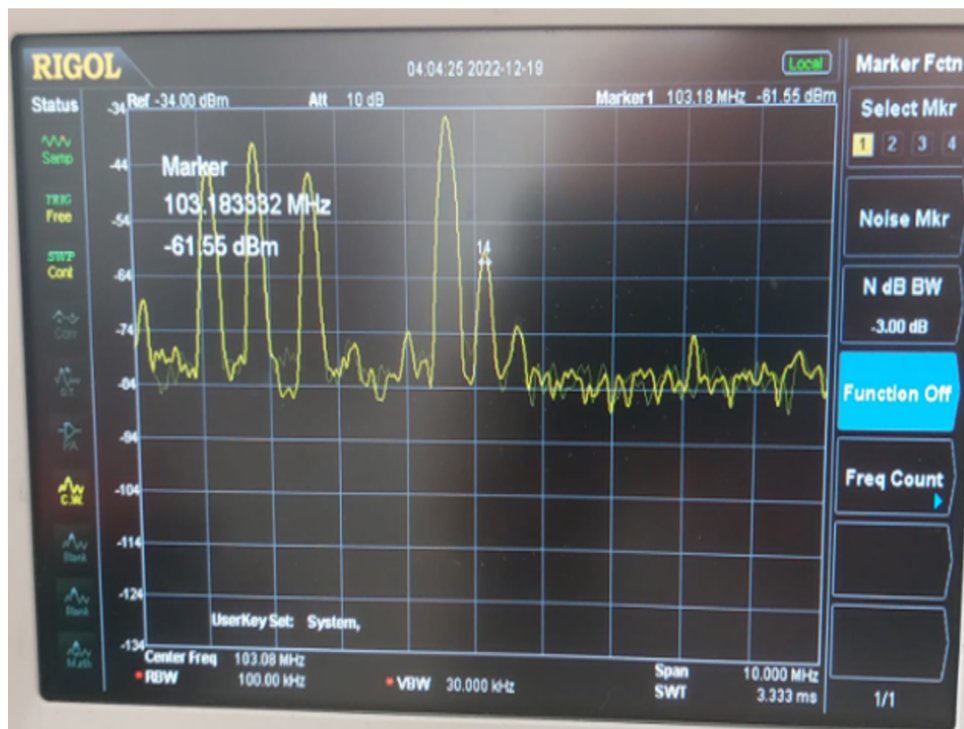


Figura 13. Medición del espectro en 30 metros para la frecuencia de 103Mhz.

Se perciben portadoras de frecuencias comerciales que por los niveles altos de potencia afectan la frecuencia de prueba, esto es debido al efecto de canal adyacente, sin embargo, la recepción es buena considerando que la potencia del transmisor no supero el vatio.

## Conclusiones

El tipo de antena fractal por la metodología de diseño de Hilbert presentan el inconveniente de su baja ganancia y el diseño se hace complejo por el proceso interactivo de la estructura física, que puede influir en su rendimiento como también en la propagación de los campos en los bordes de los segmentos cuadrados cuando se genera el patrón de radiación por al circula la energía en el circuito.

Pero esto no implica que la técnica de su diseño sea atractiva porque facilita el relleno optimizando el espacio disponible, haciéndola una antena muy pequeña con pocos elementos que se pueden integrar a dispositivos inteligentes.

Como se comprobó en campo abierto, aunque los valores de simulación no se ven optimistas, en la práctica se garantiza la comunicación a largas distancias, el consumo de energía es bajo y tiene resistencia a interferencias, esto para el caso específico de la frecuencia utilizada.

Para mejorar la ganancia y demás parámetros se requiere fabricar un prototipo con órdenes interactivos superiores para verificar experimentalmente cual es el rendimiento de la antena fractal en comparación con el análisis teórico y la simulación.

Para ampliar la investigación se sugiere diseñar es tipo de antenas de forma reconfigurable utilizando elementos pasivos que permitan mejorar la ganancia, acople de impedancia y la SWR, como también hacer que funcione en múltiples bandas.

Es recomendable realizar pruebas posteriores con un transmisor de potencia de mayor ganancia comprobando a mayores alturas el comportamiento, para obtener un mejor rendimiento en el nivel de sensibilidad en la recepción y realizar estudios operando en modo recepción y transmisión.

## Referencias

- [1] P. Lupera, G. Flores, and A. Montaluia, “Antena UHF multifuncional del tipo fractal microstrip basada en la alfombra de Sierpinski,” *Rev. Investig. en Tecnol. la Inf.*, vol. 9, no. 17, pp. 4–16, 2021, doi: 10.36825/riti.09.17.002.
- [2] Y. Huang and K. Boyle, *ANTENNAS*, Second. Liverpool, 2021.
- [3] T. A. Elwi, Z. A. A. Hassain, and O. A. Tawfeeq, “Hilbert metamaterial printed antenna based on organic substrates for energy harvesting,” *IET Microwaves, Antennas Propag.*, vol. 13, no. 12, pp. 2185–2192, 2019, doi: 10.1049/iet-map.2018.5948.
- [4] A. Al-Adhami and E. Erçelebi, “A reconfigurable flexible fractal-based monopole antenna for portable applications,” *Int. J. Commun. Syst.*, vol. 34, no. 11, pp. 1–16, 2021, doi: 10.1002/dac.4851.
- [5] L. Liu et al., “A Novel Analytical Method for Multi-Frequency Transmission Line Transformer,” *IEEE Microw. Wirel. Components Lett.*, vol. 26, no. 8, pp. 556–558, Aug. 2016, doi: 10.1109/LMWC.2016.2585555.
- [6] C. Goswami, R. Ghatak, and D. R. Poddar, “Multi-band bisected Hilbert monopole antenna loaded with multiple subwavelength split-ring resonators,” *IET Microwaves, Antennas Propag.*, vol. 12, no. 10, pp.

- 1719–1727, 2018, doi: 10.1049/iet-map.2017.1215.
- [7] M. Palandoken and C. Gocen, “A modified Hilbert fractal resonator based rectenna design for GSM900 band RF energy harvesting applications,” *Int. J. RF Microw. Comput. Eng.*, vol. 29, no. 1, pp. 1–8, 2019, doi: 10.1002/mmce.21643.
- [8] S. Ülker, “Antennas and propagation course in education,” *Int. J. Electr. Eng. Educ.*, vol. 57, no. 4, pp. 281–300, 2020, doi: 10.1177/0020720918800441.
- [9] N. Sharma and S. Bhatia, “Comparative analysis of hybrid fractal antennas: A review,” *Int. J. RF Microw. Comput. Eng.*, vol. 31, no. 9, pp. 39–43, 2021, doi: 10.1002/mmce.22762.
- [10] J. Hurtado, “Metodología de la Investigación Holística,” *Caracas*. 2012, [Online]. Available: <https://metodologiaecs.files.wordpress.com/2015/09/metodologia-de-investigacion-holistica-3ra-ed-2000-jacqueline-hurtado-de-barrera-666p.pdf>.
- [11] R. Hernández, C. Fernandez, and M. del P. Baptista, *Metodología de la investigación*. 2018.
- [12] R. Garg, “Microstrip Antenna Design Handbook (Artech House Antennas and Propagation Library) by P. Bhartia, Inder Bahl, R. Garg, A. Ittipiboon (z-lib.org),” *Electromagnetic Engineering*. 2000.
- [13] T. Scheipel and M. Baunach, “PCB : An Automated Printed Circuit Board Generation Approach for Embedded Systems Prototyping papageno PCB : An Automated Printed Circuit Board Generation Approach for Embedded Systems Prototyping,” no. April, 2019.
- [14] J. Calixto, B. Rodríguez Díaz, J. S. Wood, and M. G. Nappa, “Diseño Y Simulación De Una Antena Pifa Para Iot Design and Simulation of a Pifa Antenna for Iot,” *Rev. Telemática*, vol. 20, no. 2, pp. 97–112, 2021, [Online]. Available: <http://revistatelematica.cujae.edu.cu>.
- [15] P. Manns and C. Kirches, “Multi-dimensional Sum-Up Rounding using Hilbert curve iterates,” *Pamm*, vol. 19, no. 1, pp. 4–5, 2019, doi: 10.1002/pamm.201900065.
- [16] W. Sikorsky, C. Szymczak, K. Siodla, and F. Polak, “Hilbert curve fractal antenna for detection and on-line monitoring of partial discharges in power transformers,” *Sci. Technol.*, vol. 20, no. 3, pp. 343–351, 2018, [Online]. Available: <https://academic.oup.com/edited-volume/46263/chapter/405488317>.
- [17] J. A. Russer, “Printed Self-Complementary Hilbert Curve ( SCHC ) Fractal Broad-Band Antenna,” *2018 Balt. URSI Symp.*, pp. 206–209, 2018.
- [18] P. V. B. Tome and M. A. B. Terada, “Optimization of Shaped Log-Periodic Antennas,” *2019 SBMO/IEEE MTT-S Int. Microw. Optoelectron. Conf. IMOC 2019*, vol. 2019-Janua, pp. 2019–2021, 2019, doi: 10.1109/IMOC43827.2019.9317677.
- [19] J. Talib, A. Taat, A. N. Dagang, M. H. Jusoh, R. Umar, and W. H. W. Hassan, “Development of low

cost HF antenna for amplitude observation at equatorial region,” *J. Telecommun. Electron. Comput. Eng.*, vol. 10, no. 1–8, pp. 21–25, 2018.

- [20] M. Khater, “High-Speed Printed Circuit Boards :,” pp. 34–45, 2020.
- [21] K. F. Ahmed and R. H. Abdullah, “Design and Simulation of Microstrip Patch Antenna for Wireless Applications,” *Kurdistan J. Appl. Res.*, vol. 2, no. 3, pp. 365–368, 2017, doi: 10.24017/science.2017.3.27.
- [22] F. Rancy, *Manual Comprobación Técnica del Espectro*, vol. 1. Ginebra, Suiza, 2011.
- [23] D. Guha and A. Yahia, *Microstrip and Printed Antennas New Trends , Techniques*, vol. 2. 2012.
- [24] N. Lethaby, “Wireless connectivity for the Internet of Things, one size does not fit all,” *Texas Instruments*, p. 16, 2017, [Online]. Available: <http://www.ti.com/lit/wp/swry010a/swry010a.pdf>.
- [25] B. 119. ITU-T Recommendation, “Cálculo de diagramas de radiación de antenas transmisoras en ondas métricas y decimétricas,” *ITU Publ.*, 1995.
- [26] A. B. Smolders, H. J. Visser, and U. Johannsen, *Modern Antennas and Microwave Circuits -- A complete master-level course*, no. September. 2019.
- [27] C. A. Balanis, *Antenna theory: analysis and design*. John Wiley & Sons, 2016.
- [28] A. Bhuvaneshwari, R. Hemalatha, and T. Satyasavithri, “Semi Deterministic Hybrid Model for Path Loss Prediction Improvement,” *Procedia Comput. Sci.*, vol. 92, pp. 336–344, 2016, doi: 10.1016/j.procs.2016.07.388.
- [29] J. Herrera, “Metodología de medición del espectro con técnicas experimentales para obtener modelos de propagación,” vol. 1, p. 165, 2021, [Online]. Available: [https://www.unipamplona.edu.co/unipamplona/portallG/home\\_10/recursos/2015\\_s1/pag\\_contenido/02032015/libros\\_2015.jsp](https://www.unipamplona.edu.co/unipamplona/portallG/home_10/recursos/2015_s1/pag_contenido/02032015/libros_2015.jsp).