Respuestas
Año 14
No. 2
Diciembre 2009
ISSN 0122-820X

Energía y entropía de un sistema de partículas libres que se mueven con velocidades relativistas

Armando sarmiento Santos[1]

Resumen

La función de partición canónica es establecida para un gas ideal visto desde un sistema de referencia que se mueve uniformemente con velocidad relativista. Mediante dicha función se determina la energía y la entropía del sistema, observándose el cumplimiento de la invariancia de la entropía al cambio del sistema de referencia.

Palabras clave: *función de partición, entropía, masa en reposo, masa relativista, velocidad relativista.*

Recibido:
19 de agosto de 2008

Aceptado:
20 de noviembre de 2009

Abstract

The canonical partition function is established for a ideal gas from a reference system that moves uniformly with relativistic speed. By means of this function is determined the energy and the entropy of the system, being observed the fulfillment of invariance of the entropy with the change of the reference system.

Keywords: *Function of Partition, Entropy, Mass in Rest, Relativist Mass, Relativistic Speed.*

Introducción

El concepto del número de microestados W, para N partículas distinguibles de las cuales n_i están en el estado i es:

$$W = \frac{N!}{n_1!n_2!n_3!\ldots} \quad (1)$$

y es una invariante relativista utilizada para el desarrollo estadístico de la entropía S, dada por:

$$S = k \ln W \quad (2)$$

la cual, por esta misma razón, es también una invariante relativista.

[1.] Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia-FCB-Escuela de Física-GSEC. Avenida Central del Norte-Tunja-Colombia-armando.sarmiento@uptc.edu.co

Para un sistema de N partículas con masas $m_1, m_2, \ldots\ldots, m_N$ y valores respectivos de sus energías $E_1=m_{o1}c^2, E_2=m_{o2}c^2, \ldots\ldots, E_N=m_{oN}c^2$. La función de partición canónica Z del sistema corresponde a:

$$Z = \sum_{i=1}^{N} e^{-\beta E_i} \tag{3}$$

donde $\beta=1/kT$ *(k=constante de Boltzmann y T temperatura del sistema)* es una definición estadística relativa a la temperatura del sistema.

La energía media del sistema, a partir de la función de partición de la ecuación (3), está dada por [1]:

$$\langle E \rangle = -\frac{\partial LnZ}{\partial \beta} \tag{4}$$

La entropía del mismo sistema, utilizando también la función de partición, se expresa entonces, de la forma:

$$S = k[LnZ + \beta\langle E \rangle] \tag{5}$$

Una partícula con velocidad pequeña, comparada con la velocidad de la luz $(v' << c)$, en un sistema $S'(x'O'y')$ en reposo tendrá una masa en reposo m_o. La misma partícula observada desde otro sistema de referencia $S(xOy)$, el cual se mueve uniformemente con velocidad relativista v en la dirección positiva de los ejes comunes Ox $(O'x')$, tendrá una masa relativista m_r [2-6] que aumenta con su velocidad y tiende a infinito a medida que v se aproxima a la velocidad de la luz c, y está definida como:

$$m_r = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{6}$$

De la relación relativista entre masa y energía $E=m_rc^2$, se deduce que toda partícula en reposo tiene una energía igual su masa en reposo multiplicada por la velocidad de la luz al cuadrado [7].

Considerándose un sistema de partículas relativistas, desde el punto de vista estadístico [8], es posible establecer su función de partición y a partir de ella determinar la energía y la entropía del sistema [8-9]. En el presente trabajo se transforma la función de partición, conocida para un gas monoatómico ideal, en la forma como es observada desde un sistema que se mueve uniformemente a velocidad relativista y a partir de ella se deduce la energía y la entropía del mismo.

Gas ideal desde el punto de vista relativista

Un gas monoatómico ideal conformado por N partículas de masa m en equilibrio termodinámico a temperatura T, en el sistema de referencia S' (en reposo) tiene su función de partición dada por:

$$Z = \left[\frac{eV}{Nh_o^3}\left(\frac{2\pi m_o}{\beta}\right)^{\frac{3}{2}}\right]^N \tag{7}$$

donde V es el volumen ocupado por el gas y h_o^3 es el tamaño de una celdilla fundamental del espacio fase de las coordenas espaciales (e base de los logaritmos neperianos). La energía media y la entropía del sistema (ver ecuaciones (4) y (5)) son, respectivamente,

$$< E >= \frac{3}{2}\frac{N}{\beta} \tag{8}$$

$$S = kN\left[\ln V - \frac{3}{2}\ln\beta + \frac{3}{2}\ln(2\pi m_o) - \ln h_o^3 - \ln N + \frac{5}{2}\right] \tag{9}$$

Visto desde el sistema de referencia S (que se mueve con velocidad v), el volumen ocupado por el gas y la celdilla de volumen del espacio fase, se contraerán en la dirección $O'x'$, adquiriendo la forma:

$$V^* = V\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \tag{10}$$

$$\left(h_o^3\right)^* = h_o^3\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \tag{11}$$

reemplazando las relaciones (6), (10), (11) en la ecuación (7), la función de partición

Respuestas
Año 14
No. 2
Diciembre 2009
ISSN 0122-820X

del gas ideal vista desde el sistema S toma la forma

$$Z^* = \left[\frac{eV^*}{N\left(h_o^{\,3}\right)^*} \left(\frac{2\pi m_r}{\beta^*} \right)^{\frac{3}{2}} \right]^N \qquad (12)$$

donde $\beta^*=1/kT^*$ y T^* la temperatura del gas, vista desde el marco de referencia S. Esta temperatura adopta la relación propuesta por Planck [10]:

$$T^* = T\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad (13)$$

La energía media y la entropía vistas desde el nuevo sistema (utilizando las definiciones (4) y (5)) son, respectivamente,

$$\begin{aligned} \langle E^* \rangle &= -\frac{\partial LnZ^*}{\partial \beta^*} \\ &= \frac{3}{2}\frac{N}{\beta^*} \\ &= \frac{3}{2}NkT^* \end{aligned} \qquad (14)$$

$$S^* = k[LnZ^* + \beta^* \langle E^* \rangle]$$

$$= kN\left[\ln V^* - \frac{3}{2}\ln\beta^* + \frac{3}{2}\ln(2\pi m_r) - \ln\left(h_o^{\,3}\right)^* - \ln N + \frac{5}{2} \right]$$

$$= S \qquad (15)$$

La invariancia en la entropía vista desde el sistema S, en movimiento, permite validar las transformaciones utilizadas para adecuar la función de partición del gas ideal al enfoque relativista. En particular la adopción de la relación propuesta por Planck [10] para la temperatura (ecuación (13)) en lugar de las obtenidas por Ott [11] y Arzélies [12] las cuales conducen a resultados contradictorios.

Conclusión

Utilizando las transformaciones relativistas adecuadas fue posible obtener la función de partición para el gas ideal, la cual conserva la ley de la invariancia de la entropía al cambio de sistema de referencia.

Agradecimientos

Al profesor Ariel Rey Becerra quien, a través de sus importantes discusiones, contribuyó al mejoramiento del presente trabajo.

Bibliografía

[1] Matvéev, A. N., Física Molecular, Editorial Mir, Moscú, 1987.

[2] Lorentz, H. A., Electromagnetic Phenomena in a System Moving With Any Velocity Less Than That of Light, Proceedings of the Academy of Science, Amsterdam, 1904.

[3] Eddington, A. S., Space Time and Gravitation, Cambridge Clasics, 1987.

[4] Okun, Lev, Physics Today, V. 42, n. 6, p. 31, 1989.

[5] Rindler, Wolfgang, Physics Today, V. 43, n. 5, p. 13, 1990.

[6] Adler, Carl, American Journal of Physics, V. 55, p. 739, 1987.

[7] Taylor, E. F. and J. A. Wheeler, Space-Time Physics, 2nd edition, Freeman Press (1992).

[8] Sinyukov, Yu. M., Physics Letters B, V. 127, n. 6 , p. 443, 1983.

[9] Taff, L. G., Physics Letters A, V. 27, n. 9, p. 605, 1968,

[10] Planck, M., Ann.Phys., 26,1 1908.

[11] Ott, H., Lorentz-Transformation der Währme und der Temperatur, Zeitschrift für Physik, 175, 70-104, 1963.

[12] Arzélies, H., Thermodynamique Rélativiste et Quantique, Gauthier-Villars, Paris, 1968