

EJEMPLO DE GENERACIÓN DE FUNCIONES MEDIANTE MECANISMOS DE 4 BARRAS

Por:
Esp. Jesús Pedroza Rojas*. Ing. Jesús Ortiz Martínez*.
Ph.D. Carlos Acevedo Peñalosa*

RESUMEN

El presente artículo define la teoría de los puntos de precisión o espaciamentos de Chebychev para la generación de funciones mediante mecanismos de cuatro barras, igualmente muestra un ejemplo con el cálculo de los ángulos y dimensionamiento total del mecanismo.

Abstract. The present article define the theory of the precision and distance points of Chebychev for the generation of functions through four bars mechanisms, as well as an example of the determination of angles and total dimensions of the mechanism.

Palabras claves. Mecanismos, 4 Barras, Síntesis.

DEFINICIÓN DE LOS PUNTOS DE PRECISIÓN

La posibilidad de generar una función mediante un método de tanteo, es algo tedioso, y depende en gran medida, de la experiencia del diseñador. Para evitar este problema, Sandor y Freudenstein (1954), desarrollaron un método, mediante el cual se puede diseñar un mecanismo de cuatro barras articuladas, para generar una función exacta en un número finitos de puntos, denominados puntos de precisión [3][4][5][12][16][17][19], la función se genera en un sentido aproximado entre estos puntos, en otras palabras, la función ideal y la función que se genera, realmente solo concuerdan en los puntos de precisión.

El desarrollo que determina los puntos de precisión es el siguiente [3][6][8][9][10][14].

$$X_J = \frac{1}{2}(X_0 + X_{n+1}) - \frac{1}{2} \sum_{j=1,2,3,\dots,n} (X_{n+1} - X_0) \cos \left(\frac{\pi(2j-1)}{2n} \right) \quad (1)$$

2. ÁNGULOS Y RELACIONES PARA EL DIMENSIONAMIENTO

Después de dejar claro, que la función generada es exacta en un número finito de puntos, es de suponer que a cada punto le corresponde el valor de un ángulo generado por cada barra del mecanismo, para este caso, se llamará, ángulo de entrada ϕ y ángulo de salida ψ [1][2][3][11][13][15][18][20] (que es el encargado de generar la función). El primer paso consiste en buscar una relación entre ϕ y ψ utilizando un número mínimo de relaciones. A continuación se muestra el desarrollo analítico de los señores Freudenstein y Sandor para tal fin.

3. BASE TEÓRICA

La relación entre ϕ y ψ se puede obtener considerando la figura 1, donde se ha dibujado una línea paralela al eslabón OA desde el punto B, y una línea paralela al eslabón AB desde el punto O. Puede notarse que el planteamiento de los diferentes circuitos es.

Para d

$$a \cos(\pi - \phi) + b \cos(\alpha) + c \cos \psi = d \quad (2)$$

Para DOC

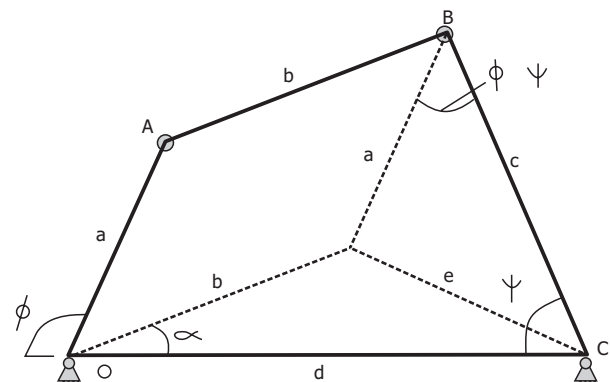


Figura 1. Mecanismo general de 4 barras.

* Grupo de Investigación en Diseño Mecánico y Mantenimiento. Universidad Francisco de Paula Santander. Colombia chaceved@bari.ufps.edu.co



4. APLICACIÓN

Se quiere determinar las dimensiones, de un mecanismo de 4 barras, que genere la función $XLnX$, en la cual por condiciones de montaje y espacio, el término x varía entre 1 y 3 unidades de longitud, y el ángulo inicial de movilidad para la barra de entrada es 20 grados con un rango de movimiento de 90 grados y para la barra de salida es de 80 grados con un rango de movilidad de 90 grados.

De la Ecuación 1, se obtiene.

$$\begin{aligned} X_1 &= 1,1339 & Y_1 &= 0,1425 \\ \varphi_s &= 20 & \Delta\varphi &= 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_2 &= 2 & Y_2 &= 1,3862 \\ \Psi_s &= 80 & \Delta\Psi &= 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_3 &= 2,8660 & Y_3 &= 3,01771 \\ d &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_s &= 1 & Y_s &= 0 \\ X_f &= 3 & Y_f &= 3,29583 \end{aligned}$$

Reemplazando.

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_s + \frac{X_1 - X_s}{X_f - X_s} \Delta\varphi \\ &= 26,0255 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \varphi_1 + \frac{X_2 - X_1}{X_f - X_s} \Delta\varphi \\ &= 65 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_3 &= \varphi_s + \frac{X_3 - X_1}{X_f - X_s} \Delta\varphi \\ &= 103,97 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \psi_s + \frac{Y_1 - Y_s}{Y_f - Y_s} \Delta\psi \\ &= 83,8929 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_2 &= \psi_1 + \frac{Y_2 - Y_1}{Y_f - Y_s} \Delta\psi \\ &= 117,8576 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_3 &= \psi_1 + \frac{Y_3 - Y_1}{Y_f - Y_s} \Delta\psi \\ &= 162,4066 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_1 &= \text{Cos}\varphi_1 - \text{Cos}\varphi_2 \\ &= 0,47598 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_2 &= \text{Cos}\varphi_1 - \text{Cos}\varphi_3 \\ &= 1,1400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_3 &= \text{Cos}\psi_1 - \text{Cos}\psi_2 \\ &= 0,57366 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_4 &= \text{Cos}\psi_1 - \text{Cos}\psi_3 \\ &= 1,05961 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_5 &= \text{Cos}(\varphi_1 - \psi_1) - \text{Cos}(\varphi_2 - \psi_2) \\ &= -0,0719 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_6 &= \text{Cos}(\varphi_1 - \psi_1) - \text{Cos}(\varphi_3 - \psi_3) \\ &= 0,00843 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{w_3 w_6 - w_4 w_5}{w_2 w_3 - w_1 w_4} \\ &= 0,5416 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{w_1 w_6 - w_2 w_5}{w_2 w_3 - w_1 w_4} \\ &= 0,5747 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_3 &= \text{Cos}(\varphi_1 - \psi_1) + R_2 \text{Cos}\psi_1 - R_1 \text{Cos}\varphi_1 \\ &= 0,1063 \end{aligned}$$

$$e^2 = b^2 + d^2 - 2bd \cos \alpha \quad (3)$$

Para DBC

$$e^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\varphi - \Psi) \quad (4)$$

Resolviendo las ecuaciones 2 y 3 para el término $b \cos \alpha$

$$b \cos \alpha = \frac{b^2 + d^2 - a^2 - c^2 + 2ac \cos(\varphi - \Psi)}{2d} \quad (5)$$

Sustituyendo la ecuación 4 en 1 y considerando

$$\begin{aligned} \cos(\pi - \varphi) &= -\cos \varphi \\ a^2 - b^2 + c^2 + d^2 + 2ad \cos \varphi - 2cd \cos \Psi & \quad (6) \\ &= dac \cos(\varphi - \Psi) \end{aligned}$$

Dividendo entre $2ac$

$$\begin{aligned} \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2ac} + \frac{d}{c} \cos \varphi - \frac{d}{a} \cos \Psi & \quad (7) \\ = \cos(\varphi - \Psi) \end{aligned}$$

Si

$$\begin{aligned} R_1 = \frac{d}{c} \quad R_2 = \frac{d}{a} & \quad (8) \\ R_3 = \frac{a^2 - b^2 + c^2 + d^2}{2ac} \end{aligned}$$

Luego

$$R_1 \cos \varphi - R_2 \cos \Psi + R_3 = \cos(\varphi - \Psi) \quad (9)$$

Si los pares de ángulos (φ, Ψ) que corresponden a los puntos de precisión se sustituyen en la ecuación 9, da tres ecuaciones simultaneas, para las cuales, el mecanismo pasa por los pares de ángulos.

$$(\varphi_1, \Psi_1), (\varphi_2, \Psi_2) \text{ y } (\varphi_3, \Psi_3)$$

Con el fin de simplificar el desarrollo, se pueden utilizar las siguientes relaciones.

$$\begin{aligned} R_1 \cos \varphi_1 - R_2 \cos \Psi_1 + R_3 &= \cos(\varphi_1 - \Psi_1) \\ R_1 \cos \varphi_2 - R_2 \cos \Psi_2 + R_3 &= \cos(\varphi_2 - \Psi_2) \quad (10) \\ R_1 \cos \varphi_3 - R_2 \cos \Psi_3 + R_3 &= \cos(\varphi_3 - \Psi_3) \end{aligned}$$

Con el fin de simplificar el desarrollo, se pueden utilizar las siguientes relaciones.

$$\begin{aligned} \cos \varphi_1 - \cos \varphi_2 &= w_1 \\ \cos \varphi_1 - \cos \varphi_3 &= w_2 \\ \cos \Psi_1 - \cos \Psi_2 &= w_3 \\ \cos \Psi_1 - \cos \Psi_3 &= w_4 \quad (11) \\ \cos(\varphi_1 - \Psi_1) - \cos(\varphi_2 - \Psi_2) &= w_5 \\ \cos(\varphi_1 - \Psi_1) - \cos(\varphi_3 - \Psi_3) &= w_6 \end{aligned}$$

Luego

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{w_3 w_6 - w_4 w_5}{w_2 w_3 - w_1 w_4} \\ R_2 &= \frac{w_1 w_6 - w_2 w_5}{w_2 w_3 - w_1 w_4} \quad (12) \end{aligned}$$

$$R_3 = \cos(\varphi_i - \Psi_i) + R_2 \cos \Psi_i - R_1 \cos \varphi_i$$

donde $i = 1, 2$ o 3

A partir de aquí, se pueden determinar las longitudes de los eslabones. Un signo negativo, solo tiene validez vectorial.

Por lo tanto

$$a = \frac{d}{R_2} = 3,47959$$

$$c = \frac{d}{R_1} = 3,69244$$

$$b = (a^2 + c^2 + d^2 - 2acR_3)^{1/2} = 5.19711$$

Donde la figura 2 indica el mecanismo generado para la función.

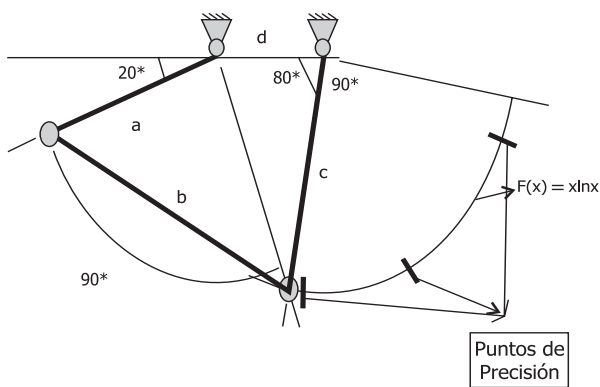


Figura 2. Función final generada.

5. CONCLUSIONES

Para el análisis de la síntesis de mecanismos y en especial de generar funciones mediante mecanismos de cuatro barras, se utilizan varios métodos, pero es el de los doctores *Freudenstein* y *Sandor* el que de forma más sencilla y básica describe el proceso, por lo tanto es cálculo recomendado para los estudiantes de ingeniería que inician sus estudios.

6. REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

[1] Agulló, J. (1996). "Mecánica de la partícula y del sólido rígido". (Segunda Edición). OK Punt. Barcelona.

[2] Cardona, S. y Clos, D. (2000). "Teoría de Màquines". (Segunda Edición en Catalán). Ediciones UPC. Barcelona.

[3] Erdman, A. G. y Sandor, G. N. "Mechanism Design: Analysis and Synthesis". Prentice-Hall. New Jersey.

[5] Mabie, H. Y Reinholtz, C. (1987). "Mechanisms and Dynamics of Machinery", Ed. John Wiley & Sons.

[6] Norton, R. (1995). "Diseño de Levas" en Norton, R. "Diseño de Maquinaria". Mc Graw-Hill. México.

[7] Shigley, J. E. y Uicker Jr., J. J. (1988). "Diseño de levas" en Shigley, J. E. y Uicker Jr., J. J. "Teoría de Mecanismos y Máquinas". Mc Graw-Hill. México.

7. BASES DE DATOS GENERALES

[8] ISO, Lista de Comités Técnicos, [Base de Datos en Línea] [Génova]: ISO, 2002, <http://www.iso.ch/memf/memento.html>

[9] The Serials Directory: An International Reference Book, [Base de Datos en Línea], 2002,

<http://www.epnet.com/hosttrial/login.html>

[10] Biblioteca Digital, [Base de Datos en Línea], 2003, <http://www.cbuc.es>

[11] Current Contents, [Base de Datos en Línea], 2004, <http://www.bib.ub.es/bub/buberl.htm>

[12] Base de Datos ICYT, [Base de Datos en Línea], 2001, <http://ebano.cti.csic.es:8080/>

[13] Article@INIST, [Base de Datos en Línea], 2002, <http://www.inist.fr>

[14] British Library, [Base de Datos en Línea], 2002, <http://opac97.bl.uk>

[15] Library of Congress, [Base de Datos en Línea], 2002, <http://lcweb.loc.gov/z3950>

Ejemplo de generación de funciones mediante mecanismos de 4 barras



[16]Teseo, [Base de Datos en Línea], 2004, <http://www.mec.es/teseo>

[17]Compendex™, [Base de Datos], 2004, Biblioteca ETSEIB

[18]Inspec™, [Base de Datos], 2004, Biblioteca ETSEIB

[19]Science Citation Index®, [Base de Datos], 2003, Biblioteca ETSEIB.

[20]UMI Proquest Digital Dissertations [Base de Datos], 2001.

Fecha recibido: Octubre 6 de 2005

Fecha aceptación: Noviembre 28 de 2005