

Ing. Carlos A. Gomez
Dpto. de Flúidos y Térmicas

Lic. Mawency Vergel Ortega
Dpto. de Matemáticas y Estadística

RESUMEN

La ingeniería Tradicional tiene un nuevo aliado que le es útil en los nuevos diseños dinámicos y por lo tanto facilita los procesos de rediseño y disminuye los tiempos haciendo más eficiente los procesos de ingeniería permitiendo, evaluar matemáticamente los cambios que se propongan y visualizar los mismos.

La simulación de eventos es la nueva etapa en los procesos de ingeniería y ha alcanzado gran desarrollo debido al auge de los computadores y las telecomunicaciones.

PALABRAS CLAVES

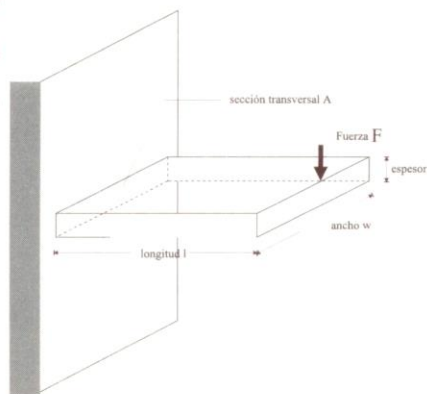
Análisis de elementos Finitos (FEA), Ingeniería Virtual (VE), Simulación de Eventos.

INTRODUCCIÓN

La simulación de eventos,, como metodología de ingeniería, es vastamente diferente de las técnicas que han sido enseñadas por los ingenieros desde que se inició el entrenamiento de los ingenieros por el Matemático griego Arquímedes, alrededor de 200 años antes de Cristo. La simulación de eventos es ingeniería simulando un evento físico en un laboratorio virtual. Para mejorar un análisis de ingeniería la simulación de eventos requiere un punto de vista diferente del que se tiene con el análisis clásico de esfuerzos. El objetivo de este documento es no solamente definir la simulación de eventos, sino contrastarlo con el análisis clásico de esfuerzos.

CONTRASTANDO LA SIMULACION DE EVENTOS CON LOS METODOS CLASICOS

Utilizando el ejemplo de la Viga de Voladizo para denotar las diferencias entre la simulación de eventos y el análisis clásico de esfuerzos.



Utilizando el manual de ingeniería, se encuentra que para una viga en voladizo (Cantiliver) sometida a una Fuerza en el extremo opuesto

al lado fijo, el máximo esfuerzo se da en A y está dado por :

$$\sigma = \frac{M * c}{I} \quad (1)$$

donde M es momento generado por la fuerza F ($M=F*L$), c es la distancia desde el eje neutro hasta el filo de la viga ($c=t/2$), e I es el momento de Inercia ($I=wt^3/12$). Este resultado es obtenido considerando el doblamiento de una viga en combinación con la Ley de Hooke ($|F| = k|d|$).

Esta Ley establece que la fuerza es una función lineal del desplazamiento ; de esta forma se establece la base de análisis clásico de esfuerzos y del moderno análisis de esfuerzos por elementos físicos.

En análisis de elementos Finitos (FEA, por su sigla en Inglés Finite Element Analisis), la ecuación

matricial $\{F\} = [K]\{d\}$ es resuelta para el vector de desplazamiento, $\{d\}$, desde el vector fuerza, $\{F\}$, y la matriz de rigidez $[K]$. Subsecuentemente, los esfuerzos son calculados de la ecuación $\{\sigma\} = E\{\epsilon\}$, donde $\{\epsilon\}$ es el vector de deformación, el cual es un vector desplazamiento normalizado. E es el módulo de Young, el cual corresponde a la constante k de la Ley de Hooke.

Los dos métodos son buenos si la viga estuviera siempre en reposo, lo cual hace que sea válida la ecuación (1). En la práctica de ingeniería mecánica, los casos estáticos casi nunca definen el diseño. Para el diseño se debe considerar el "peor caso", el cual, generalmente ocurre cuando la viga está en movimiento y las fuerzas, así como los esfuerzos, son mucho mayores que para el caso estático.

Aquí es donde la ingeniería virtual entra al proceso de diseño, permitiendo simular el evento totalmente, y obteniendo no solamente la solución estática. Un doble producto de la simulación de evento son las fuerzas generadas por el movimiento. Aquellas son producidas de acuerdo a la segunda Ley de Newton, $F=m*a(2)$. La masa es una propiedad inherente de la materia, y la aceleración es la razón de cambio de la velocidad. Esta ley cuantifica el hecho de que la masa es la propiedad de la materia que causa resistencia a los cambios en

el movimiento. Se podría notar que bajo la influencia de la gravedad, un cuerpo en reposo de masa m genera una fuerza mg , donde g es la aceleración debida a la gravedad. En el caso especial de aceleración constante (es decir cerca de la superficie de la tierra) se dan eventos de vida corta (es decir Δt muy pequeños), la ecuación (2) se puede reescribir como :

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\text{ó } F\Delta t = m\Delta v \quad (3)$$

Donde Δv es la cambio de la velocidad en el tiempo Δt . Así mismo, una fuerza de 1.000.000 de Newton actuando en 0.000001 segundos produce el mismo impulso que una fuerza de 1N actuando 1 segundo.

La simulación es la combinación de la segunda Ley de Newton con la Ley de Kooke de la siguiente manera :

$$F = m*a = -k*d$$

$$\text{ó } m*a + k*d = 0 \quad (4)$$

El signo negativo significa que la fuerza es opuesta a la dirección del movimiento. También, note que la fuerza ha sido eliminada y el

concepto de tiempo ha sido introducido en el término de aceleración. Para simular los problemas del mundo real, se debe tener en cuenta el amortiguamiento o la fricción en la ecuación (4). De esta manera las fuerzas pueden ser modeladas por :

$$F = -c*v \quad (5)$$

Donde v es la velocidad y c es una constante ; nótese que la fuerza de disipación también es contraria al movimiento. Combinando las ecuaciones 4 y 5, obtenemos :

$$m*a + c*v + k*d = 0 \quad (6)$$

o en forma matricial,

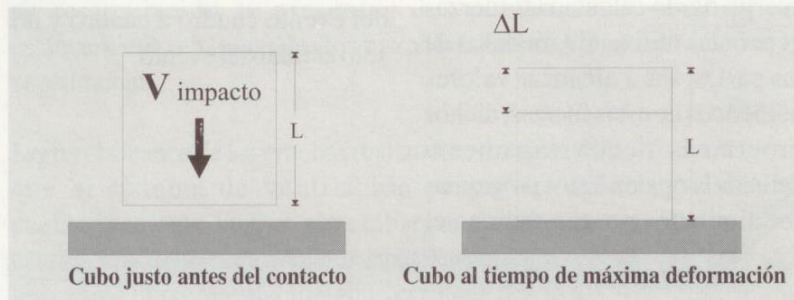
$$[M]\{a\} + [C]\{v\} + [K]\{d\} = 0 \quad (7)$$

Esta es la ecuación básica de la ingeniería virtual, note como se modela la combinación de las fuerzas de movimiento, amortiguación y deformación mecánica. Si estamos interesados en los esfuerzos, estos pueden ser calculados durante cualquier instante en el tiempo del evento utilizando las fórmula $\{\sigma\} = E\{\epsilon\}$, donde $\{\epsilon\}$ (el vector deformación) es obtenido de una manera relativamente fácil partiendo del vector desplazamiento $\{d\}$. la ingeniería virtual provee los medios para diseñar en el "peor caso". Aún para el ejemplo relativamente simple de la viga en voladizo, la

solución de la ecuación (7) es bastante dispendiosa para hacerla por el método de cálculo manual. Pero con la tecnología de la computación de hoy, se pueden solucionar problemas mucho más complejos y éstos se reducen a niveles prácticos.

EJEMPLO NUMERICO

Consideremos un ejemplo numérico para demostrar la efectividad de la ingeniería virtual. Imagine un cubo de masa m impactando una superficie rígida en una de sus caras. Estamos interesados en conocer la máxima deformación que sufre el cubo. Primero, desarrollaremos el cálculo manual para la máxima longitud de compresión. Luego utilizaremos la ingeniería virtual para resolver el mismo problema y comparar los resultados.



Utilizando la segunda Ley de Newton, la fuerza del impacto está dada por la ecuación (1). Siguiendo los principios de la física clásica, asumimos que la masa total del cubo está localizada en el centroide. Si se asume también que

para un punto en particular en el cubo la aceleración es constante durante el impacto, entonces la ecuación (1) toma la forma :

$$F = \frac{1}{2} m \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (8)$$

Donde Δv es el cambio en la velocidad de la parte superior del cubo durante el intervalo del impacto., Δt . El factor $\frac{1}{2}$ en la ecuación es necesario porque estamos aplicando la ecuación (1) en el centroide. Aunque el contacto se haga, se espera que la parte superior del cubo, se mueva dos veces más rápido que la de su centroide. El asumir aceleración constante combinada con cinemática básica permite obtener una expresión para conocer la cantidad de deformación del cubo durante el impacto :

$$\Delta L = \frac{at^2}{2} \quad \text{ó} \quad \Delta L = - \frac{\Delta v \Delta t}{2} \quad \text{ó} \quad \Delta L = - \frac{V_{\text{impacto}} \Delta t}{2} \quad (9)$$

donde V_{impacto} es la velocidad del cubo en el momento del contacto. El símbolo negativo en la ecuación (9) es necesario porque ΔV es negativo y se debe obtener un valor positivo para ΔL . Se debe notar que Δv ha sido reemplazada por la velocidad de impacto, porque al tiempo de mayor deformación, la parte superior del cubo no se está moviendo.

De la Ley de Hooke, la fuerza en el cubo está dada por :

$$F = -k\Delta L \quad (10)$$

Combinando las ecuaciones (8), (9) y (10), resulta :

$$\Delta L = \frac{V_{\text{impacto}}}{2} \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (11)$$

Poniendo a k en términos de E ($k=EL$ para un cubo de longitud L deformándose a través de su eje perpendicular a la cara), obtenemos :

$$\Delta L = \frac{V_{\text{impacto}}}{2} \sqrt{\frac{m}{EL}} \quad (12)$$

Utilizando software para la simulación de Eventos (Ansys/DE® ó Algor VE®), se resuelve el problema de impacto.

Un cubo de longitud (L) 1 pulgada y masa (m) 0.000253 lb_m y módulo de Young (E) de 10⁷lb/in² se lanza desde una altura de 100 in donde la aceleración debido a la gravedad es de 386.4in/seg². Se necesita calcular la deformación

máxima del cubo durante el impacto.

Lo primero que hay que hacer es modelar el cubo y darle sus características (similar a un dibujo realizado en un programa CAD), luego se ponen las condiciones iniciales y se procede a simular. El resultado, utilizando los dos programas da la sorprendente e idéntica cantidad de 0.000694 in y una velocidad máxima de 278 in/seg, la cual se compara con el valor de 0.000699 in dado por la ecuación (6), después de un dispendioso cálculo matemático.

Este ejemplo demuestra lo difícil que es analizar un problema tan sencillo sin utilizar software de Ingeniería Virtual (Algor VE® o Ansys Multiphysics®). Ahora nos podemos imaginar problemas más complejos, donde cambien las propiedades de material, de la superficie en contacto, efectos térmicos, aceleración no uniforme y demás. Ahora bien, la fuerza de impacto es difícil de conocer porque se despreció la vibración debida a las fluctuaciones de la fuerza durante el impacto actual.

METODOS PARA LA ESTIMACION DE LA FUERZA

Hay tres métodos comunes para estimar los valores de la fuerza en Análisis Clásico de Elementos Finitos : la experiencia, el análisis de cuerpo rígido y la experimentación física.

1. Experiencia

Algunos ingenieros utilizan la experiencia con problemas similares para estimar estas fuerzas. Usualmente estos ingenieros utilizan factores de seguridad con la esperanza de que son suficientes para prevenir la falla, aunque sean un poco conservadores, por lo general producen partes sobrediseñadas.

2. Dinámica de Cuerpo Rígido

Los programas de dinámica de cuerpo rígido calculan las fuerzas generadas utilizando modelos de las partes. Para alcanzar valores numéricos de estas fuerzas, dichos programas tienen vagamente definida la rigidez. Estos programas son limitados porque asumen el

cuerpo rígido usando rigideces para calcular las fuerzas que pueden llegar a ser no confiables.

3. Experimentación

Desarrollando y experimentando en un prototipo de la parte es un medio preciso para obtener las mencionadas fuerzas. Pero, esta aproximación falla desde el punto de vista económico al utilizar software de simulación de eventos utilizando análisis computarizado.

CONCLUSIONES

La simulación de eventos permite modelar un evento físico completo con el mínimo número de parámetros asumidos. Específicamente, no se debe asumir la situación estática o tener que estimar valores para fuerzas que resultan del movimiento. Más aún, la simulación de eventos tiene la ventaja de grabar la generación del evento cuadro a cuadro y no solo el final del evento.

BIBLIOGRAFIA

- ALGOR, VE. CD ROM. Manual del usuario. Algor Co. 1998
- ANSYS/ED Multiphysics V. 5.4. CDROM. Manual del usuario. Ansys Co. 1998
- BROWN, D.L. Parameter Estimation Techniques for Modal Analysis. SAE Congress and Exposition. Detroit 1979 (Memorias).
- EWINS, D. J. Correlation of Finite Element and Modal Test Studies of a practical Structure.
- MITCHELL, L. D. Modal Analysis Bibliography. Proc IMAC2 Febrero 1983.
- STRUCTURAL MEASUREMENT SYSTEMS. Memorias del curso de análisis modal. Texas, 1995.
- ZIENKIEWICZ, O. C. El método de los elementos finitos. Volumen I. Cuarta edición. Barcelona 1994.